

考虑轮辙相干性的两种随机路面 IFFT 生成算法

王汉平, 张哲, 廖小华

(北京理工大学 宇航学院, 北京 100081)

摘要: 基于不同轮辙路面不平度的自功率谱、互功率谱与其傅里叶变换之间的关系, 证明了路面生成的 IFFT 法与谐波叠加法具有等价性, 同时在考虑轮辙相干性的情况下推演了 IFFT 法中左右轮不平度特性所对应的逆 Fourier 变换相位角的解析相干关系; 也根据左右轮功率谱密度阵的 LU 分解得到了左右轮辙不平度特性的双白噪声滤波传递关系; 由此采用 IFFT 法, 分别构建了基于相位角相干性和双白噪声滤波传递关系的两种考虑轮辙相干性的 2 维随机路面模拟模型. 不同轮辙路面模拟结果表明, 自功率谱密度几乎重合, 左右轮的相干函数也吻合较好, 这验证了两模型在路面模拟计算中均具有较高的可信度.

关键词: 随机路面; 逆快速傅里叶变换法; 相干函数; 功率谱密度; 相位角; LU 分解

中图分类号: U461.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-0645(2020)08-0835-06

DOI: 10.15918/j.tbit.1001-0645.2019.155

Two IFFT-Based Construction Models of 2D Road Roughness Considering the Coherence Function of Different Wheel Tracks

WANG Han-ping, ZHANG Zhe, LIAO Xiao-hua

(School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: Based on the relationship between auto-power spectrum density (PSD), cross-PSD and Fourier transform of road roughness of different wheel tracks, the analytic coherence relation of the phase angle corresponding to inverse Fourier transform (IFT) of road roughness for left and right wheel track in IFFT method. Through LU decomposition of the PSD matrix of road roughness of different wheel tracks, the white noise filter transfer function of the road roughness of left and right wheel track, and then two IFFT models of random road simulation considering the coherence of different wheel tracks. The simulation results show that the auto-PSD and the coherence function of different wheel tracks had high reliability in the simulation of 2D road roughness.

Key words: road roughness; IFFT method; coherence function; power spectral density; phase angle; LU decomposition

路面不平度的模拟方法主要有谐波叠加法、IFFT 法、白噪声滤波法、AR/ARMA 法和基于分形理论的模拟法等^[1], 但在推广应用于 2 维路面不平度生成时, 这些方法却存在较大的差异. Zhang Yonglin^[2] 基于文献[3]给出的轮辙相干模型利用白噪声滤波法将相干函数近似成轮辙间的传递函数, 构造了 2 维的时域路面不平度; Wang X^[4] 和孙宁^[5] 对谐波叠加法中谐

波叠加组分的相位角进行了优化, 从而使模拟路面的统计功率谱密度(PSD)更符合标准 PSD; Szöke D 等^[6] 基于 IFFT 方法提出了一种不同轮辙相位角与相干函数之间的相关关系, 仿真结果表明改进的相关关系具有更好的模拟效果; 任宏斌^[7] 和王亚^[8] 分别基于 IFFT 方法和谐波叠加法采用拟合的方式获得了左右轮相位角的相关特性, 其实施过程未加详述, 从相位角相关性

收稿日期: 2019-05-20

基金项目: 科技部重点研发计划项目(2018YFF0300804)

作者简介: 王汉平(1971—), 男, 副教授, E-mail: whp161@bit.edu.cn.

的表达形式上看,可能借鉴了文献[6]的思想;荣吉利^[9]和朱兴高^[10]分别基于有理滤波获得了不同轮辙的不平度特性和履带对路面的包络特性;卢凡^[11]则将有理传递函数与相干函数之差构造为目标函数,借助优化来拟合左右轮的相干函数,从而实现轮辙间的滤波器设计,最终获得左右轮路面的不平度特性. Liu Xian-dong^[12]基于 IFFT 方法,通过将左右轮的不平度特性分解为原始不平度和扰动不平度,并假定左右轮的原始不平度完全相同,左右轮的扰动不平度完全独立且与原始不平度无关,然后借助 PSD 和左右轮的相干函数来独立生成原始不平度和左右扰动不平度,最终叠加得到左右轮的不平度特性,但与参考标准的对比可以看出,其模拟精度差强人意;李倩^[13]在谐波叠加法的基础上根据 PSD 及相干函数的定义推导了不同轮辙谐波叠加组分相位角之间的解析关系,并由此构建了通用的二维路面仿真模型,仿真结果验证了模型的有效性,但该模型的计算量较大;Bogsjök^[14-15]针对不同路面的测试数据拟合了左右轮辙的相干特性,发现均符合指数衰减规律,在车辆振动损伤模拟方面,这种指数衰减规律的相干函数模型相较于各向同性的相干模型精度明显要高.

以上文献表明,2 维随机路面的生成主要从两方面入手:①通过叠加组分相位角的相干关系;②通过不同轮辙间的传递函数关系.但这些 2 维路面仿真模型或没公开原始推导,或模拟精度偏低,或算法是时域而非空间域,或算法本身存在不足,亦或计算量较大,这给工程应用带来某些不便.由此,本文以功率谱密度(PSD)函数、相干函数同不平度函数傅里叶变换之间的关系为基础,理论推导了 IFFT 法

$$G_q(n) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{ff}^L(\tau) e^{-2\pi n \tau I} d\tau = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} f^L(x) f^L(x+\tau) dx e^{-2\pi n \tau I} d\tau =$$

$$2 \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} f^L(x) e^{2\pi n x I} f^L(x+\tau) e^{-2\pi n(x+\tau) I} dx d\tau = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{2}{L} |F^L(n)|^2, \quad (4)$$

于是

$$F^L(n) = \lim_{L \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{L G_q(n)}{2}} e^{\varphi^L(n) I}, \quad (5)$$

同理

$$F^R(n) = \lim_{L \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{L G_q(n)}{2}} e^{\varphi^R(n) I}, \quad (6)$$

式中: $\varphi^L(n), \varphi^R(n) \in [0, 2\pi]$ 均匀分布随机数.于是,分别对 $F^L(n), F^R(n)$ 进行逆 Fourier 变换(IFT)即可得到左、右轮轮辙路面不平度函数;

$$f^L(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F^L(n) e^{2\pi n x I} dn =$$

中不同轮辙相位角的相干关系,同时也验证 IFFT 法与谐波叠加法的等价性;还借助不同轮辙功率谱密度阵的 LU 分解得到白噪声滤波的传递函数阵,进而分别基于轮辙相位角相干关系和轮辙功率谱密度阵 LU 分解构造了两种 2 维路面的 IFFT 生成模型.两模型均基于空间域,且仿真速度快捷,最终的仿真对比验证效果良好,从而为 2 维不平度路面的生成提供了两种高效高精度的仿真模型.

1 基于轮辙相位角相干性的模拟算法

路面不平度特性可当做均值为 0 的平稳随机过程,通常采用路面功率谱密度函数来描述其统计特性,国际通用标准是将路面不平度分为 A 至 H 共 8 级,其功率谱密度函数的表达式为

$$G_q(n) = G_q(n_0) \left(\frac{n}{n_0} \right)^{-w}, \quad (1)$$

式中: n 为空间频率, n_0 为参考空间频率,通常取 0.1 m^{-1} , $G_q(n_0)$ 为参考空间频率下的路面不平度系数,不同等级的路面其取值不同; w 为频率指数,一般取 2.

假设左轮的路面不平度曲线为 $f^L(x)$,则可知其傅里叶变换为

$$F^L(n) = \int_{-\infty}^{\infty} f^L(x) e^{-2\pi n x I} dx. \quad (2)$$

根据自相关函数的定义可知,左轮轮辙路面不平度的自相关函数为

$$R_{ff}^L(\tau) = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} f^L(x) f^L(x+\tau) dx. \quad (3)$$

由于功率谱密度函数与自相关函数是 Fourier 变换和反 Fourier 变换的关系,考虑到路面谱是单边谱,则可知左轮路面的功率谱密度函数为

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{L G_q(n)}{2}} e^{[2\pi n x + \varphi^L(n)] I} dn, \quad (7)$$

$$f^R(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F^R(n) e^{2\pi n x I} dn =$$

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{L G_q(n)}{2}} e^{[2\pi n x + \varphi^R(n)] I} dn. \quad (8)$$

考虑到计算效率,在进行 IFT 计算时,可以使用快速逆 Fourier 变换(IFT)算法,这就是路面不平度生成的 IFFT 方法.

将式(7)(8)代入式(4),可得 $G^{LL}(n), G^{RR}(n)$ 为

$$\begin{aligned}
G^{\text{LL}}(n) &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{L \rightarrow \infty} \left[\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{f^{\text{L}}(x) f^{\text{L}}(x+\tau)}{L} dx \right] e^{-2\pi n \tau I} d\tau = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{L \rightarrow \infty} \left\{ \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{G_q(n_1)} e^{[2\pi(n_1+n)x + \varphi^{\text{L}}(n_1)]I} \sqrt{G_q(n_2)} e^{[2\pi(n_2-n)(x+\tau) + \varphi^{\text{L}}(n_2)]I} dn_1 dn_2 dx \right\} d\tau = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{G_q(n_1)} \delta(n_1+n) e^{\varphi^{\text{L}}(n_1)I} \sqrt{G_q(n_2)} \delta(n_2-n) e^{\varphi^{\text{L}}(n_2)I} dn_1 dn_2 = \\
&= \sqrt{G_q(-n)} e^{\varphi^{\text{L}}(-n)I} \sqrt{G_q(n)} e^{\varphi^{\text{L}}(n)I} = \\
&= G_q(n) e^{[\varphi^{\text{L}}(-n) + \varphi^{\text{L}}(n)]I}, \quad (9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G^{\text{RR}}(n) &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{L \rightarrow \infty} \left[\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{f^{\text{R}}(x) f^{\text{R}}(x+\tau)}{L} dx \right] e^{-2\pi n \tau I} d\tau = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{L \rightarrow \infty} \left\{ \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{G_q(n_1)} e^{[2\pi(n_1+n)x + \varphi^{\text{R}}(n_1)]I} \sqrt{G_q(n_2)} e^{[2\pi(n_2-n)(x+\tau) + \varphi^{\text{R}}(n_2)]I} dn_1 dn_2 dx \right\} d\tau = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{G_q(n_1)} \delta(n_1+n) e^{\varphi^{\text{R}}(n_1)I} \sqrt{G_q(n_2)} \delta(n_2-n) e^{\varphi^{\text{R}}(n_2)I} dn_1 dn_2 = \\
&= \sqrt{G_q(-n)} e^{\varphi^{\text{R}}(-n)I} \sqrt{G_q(n)} e^{\varphi^{\text{R}}(n)I} = \\
&= G_q(n) e^{[\varphi^{\text{R}}(-n) + \varphi^{\text{R}}(n)]I}. \quad (10)
\end{aligned}$$

由式(1)可知, $G_q(n) = G_q(-n)$, 所以只有 $\varphi^{\text{L}}(-n) = -\varphi^{\text{L}}(n)$, $\varphi^{\text{R}}(-n) = -\varphi^{\text{R}}(n)$ 时, $G^{\text{LL}}(n) = G^{\text{RR}}(n) = G_q(n)$, 于是式(7)、(8)可改写为

$$\begin{aligned}
f^{\text{L}}(x) &= \lim_{L \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{LG_q(n)}{2}} e^{[2\pi nx + \varphi^{\text{L}}(n)]I} dn = \\
&= \text{Re} \left\{ \lim_{L \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{LG_q(n)}{2}} e^{[2\pi nx + \varphi^{\text{L}}(n)]I} dn \right\} = \\
&= \lim_{L \rightarrow \infty} \int_0^{\infty} \sqrt{2LG_q(n)} \cos(2\pi nx + \varphi^{\text{L}}(n)) dn, \quad (11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f^{\text{R}}(x) &= \lim_{L \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{LG_q(n)}{2}} e^{[2\pi nx + \varphi^{\text{R}}(n)]I} dn = \\
&= \text{Re} \left\{ \lim_{L \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{LG_q(n)}{2}} e^{[2\pi nx + \varphi^{\text{R}}(n)]I} dn \right\} = \\
&= \lim_{L \rightarrow \infty} \int_0^{\infty} \sqrt{2LG_q(n)} \cos(2\pi nx + \varphi^{\text{R}}(n)) dn. \quad (12)
\end{aligned}$$

将式(11)(12)与文献[11]中的谐波叠加法对比, 只要 $Ldn \approx L\Delta n = 1$, 则 IFFT 法与谐波叠加法是等价关系, 若左右轮不平度的相干函数为 $\text{coh}(n)$, 于是可知:

$$\varphi^{\text{L}}(n) = \varphi^{\text{R}}(n) + \text{sgn}(\varphi(n)) \arccos(\text{coh}(n)), \quad (13)$$

$$\mathbf{H}(n) = \frac{1}{2} \sqrt{G_q(n)} \begin{bmatrix} \sqrt{1+\text{coh}(n)} + \sqrt{1-\text{coh}(n)} & \sqrt{1+\text{coh}(n)} - \sqrt{1-\text{coh}(n)} \\ \sqrt{1+\text{coh}(n)} - \sqrt{1-\text{coh}(n)} & \sqrt{1+\text{coh}(n)} + \sqrt{1-\text{coh}(n)} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

但该矩阵解中没有哪一个轮辙的谱是独立于 $\text{coh}(n)$ 的, 不利于构造具有轮辙相关性的 2 维路面. 这里提出一种基于 LU 分解的解, 将不同轮辙的谱阵分解为一个下三角阵与其转置的乘积, 解为

$$\mathbf{H}(n) = \sqrt{G_q(n)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \text{coh}(n) & \sqrt{1-\text{coh}^2(n)} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

式中: $\varphi(n) \in [-0.5, 0.5]$ 是均匀分布的随机数, sgn 是符号函数, 即左右轮相位角的相干关系.

2 基于轮辙功率谱密度阵 LU 分解的模拟算法

文献[16]表明, 不同轮辙不平度的功率谱矩阵为

$$\mathbf{G}(n) = \begin{bmatrix} G_q(n) & G_q(n) \text{coh}(n) \\ G_q(n) \text{coh}(n) & G_q(n) \end{bmatrix}, \quad (14)$$

文献[14-15]经过大量试验给出了一种描述不同路面和轮距的路面不平度相干函数,

$$\text{coh}(n) = \begin{cases} e^{-\rho B} & n \in (n_1, n_2) \\ 0 & n \notin (n_1, n_2) \end{cases}, \quad (15)$$

式中: B 为左右轮的轮距, ρ 为跟路面有关的经验值, 由此可知 $\text{coh}(n) \in [0, 1]$. 所以式(14)中的谱阵可进行矩阵分解, 且分解为一个矩阵与其转置的乘积, 即 $\mathbf{G}(n) = \mathbf{H}(n) \cdot \mathbf{H}^{\text{T}}(n)$, 文献[17]给出了一种解:

于是, 可以构造两个相互独立、谱值为 1 的白噪声 $w_1(x)$ 、 $w_2(x)$, 其对应的傅里叶变换为 $W_1(n)$ 、 $W_2(n)$, 假设不同轮辙的谱阵是两个白噪声在 $\mathbf{H}(n)$ 滤波下生成, 则

$$\begin{bmatrix} F^{\text{L}}(n) \\ F^{\text{R}}(n) \end{bmatrix} = \mathbf{H}(n) \begin{bmatrix} W_1(n) \\ W_2(n) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \sqrt{G_q(n)}W_1(n) \\ \sqrt{G_q(n)}\text{coh}(n)W_1(n) + \sqrt{G_q(n)}\sqrt{1-\text{coh}^2(n)}W_2(n) \end{bmatrix}, \quad (18)$$

由随机振动理论可知,式(18)中左右轮不平度的谱阵就是式(14),于是,对式(18)进行逆傅里叶变

$$f^R(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F^R(n)e^{-2\pi nx}dn = \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{LG_q(n)}{2}} \text{coh}(n)e^{[2\pi nx+\theta^L(n)]I}dn + \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{LG_q(n)}{2}} \sqrt{1-\text{coh}^2(n)}e^{[2\pi nx+\theta^R(n)]I}dn, \quad (20)$$

式中 $\theta^L(n)$ 、 $\theta^R(n) \in [0, 2\pi]$ 为均匀分布随机数。

3 路面生成及结果检验

针对相位角相干性模型,由式(12)(15)可得,

$$f(x, y) = \lim_{L \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{LG_q(n)}{2}} e^{(2\pi nx + \varphi^L(n) + \text{sgn}[\varphi(n)] \arccos(e^{-\rho|y|}))I} dn, \quad (21)$$

针对不同轮辙功率谱阵 LU 分解的模型,由式(20)、(15)可得

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{LG_q(n)}{2}} e^{-\rho|y|} e^{[2\pi nx+\theta^L(n)]I} dn + \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{LG_q(n)}{2}} \sqrt{1-e^{-2\rho|y|}} e^{[2\pi nx+\theta^R(n)]I} dn. \quad (22)$$

换,即可得到左右轮的不平度曲线,

$$f^L(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F^L(n)e^{2\pi nx}dn = \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{LG_q(n)}{2}} e^{[2\pi nx+\theta^L(n)]I}dn, \quad (19)$$

这就是两种路面不平度生成的 IFFT 模型,利用 Matlab 按式(21)(22)编写了两种 IFFT 路面不平度曲面生成程序,用两种方法对不同等级路面进行了大量的仿真验证,模拟所得的路面功率谱与标准谱完全吻合,左右轮相干性与参考函数也具有很好的一致性。篇幅所限,不便一一列出,在此仅就 $\rho=1$ 时的 D 级路面(即 $G_q(n_0)=1.024 \times 10^{-6} (\text{m}^2/\text{m}^{-1})$) 的仿真情况进行展示。图 1 所示路面纵向长度 $L=1000 \text{ m}$, 轮辙距离 $B=2.5 \text{ m}$, 路面等级为 D 级,空间频率范围为 $0.011 \sim 2.830 \text{ m}^{-1}$, 垂向偏移为 0 m 的两方法生成的两轮辙路面不平度曲线,其中模型 I 指基于不同轮辙相位角相干性的 IFFT 模型,模型 II 指基于不同轮辙功率谱阵 LU 分解的 IFFT 模型。

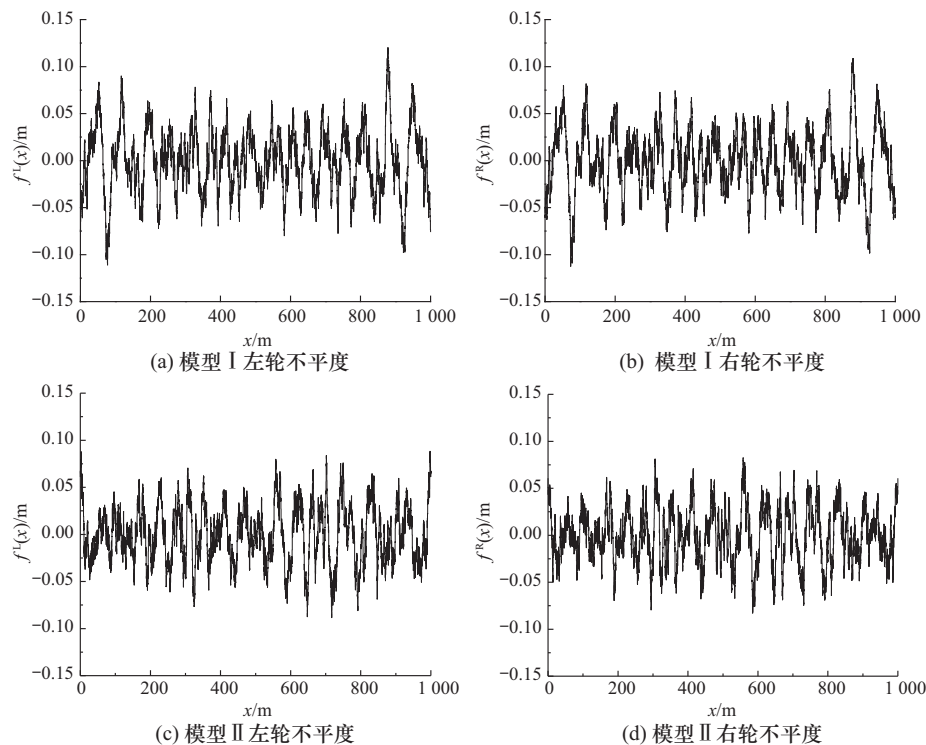


图 1 D 级路面的模拟随机路面不平度

Fig. 1 Simulated road profiles of D-grade road

图 2 和图 3 分别是在 3 维路面中截取的轮距 $B=2.5\text{ m}$ 、 $\rho=1$ 的左右轮轮辙功率谱密度和相干函数的仿真曲线与标准参考曲线的对比,从中不难看出,自功率谱几乎重合,而不同轮辙间的相干函数也符合较好,这从侧面验证了本文推导的左右轮轮辙相

位角的相干性关系以及由左右轮轮辙功率谱阵 LU 分解得到的传递关系是合理可信的. 图 3 中两模型的仿真相干性与指定参考函数及二者间均存在一定差异,其原因在于两模型都是随机模拟,在相干性方面确实容易出现离差,这是随机模拟无法规避的问题.

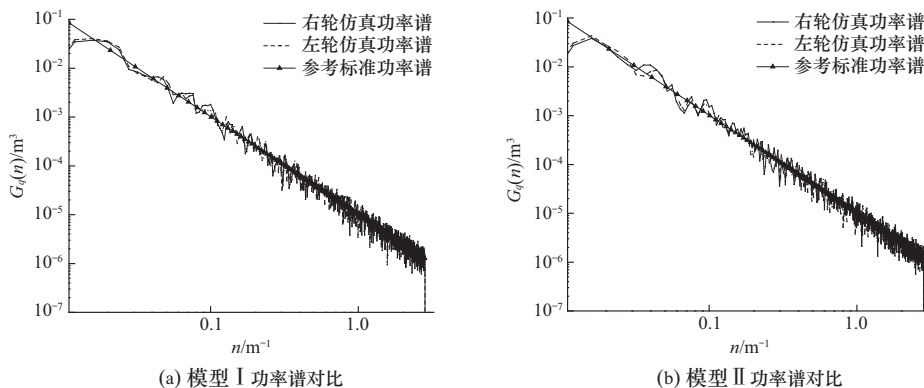


图 2 左右轮路面不平度功率谱密度函数对比

Fig. 2 Simulated PSD of road roughness for left and right tracks

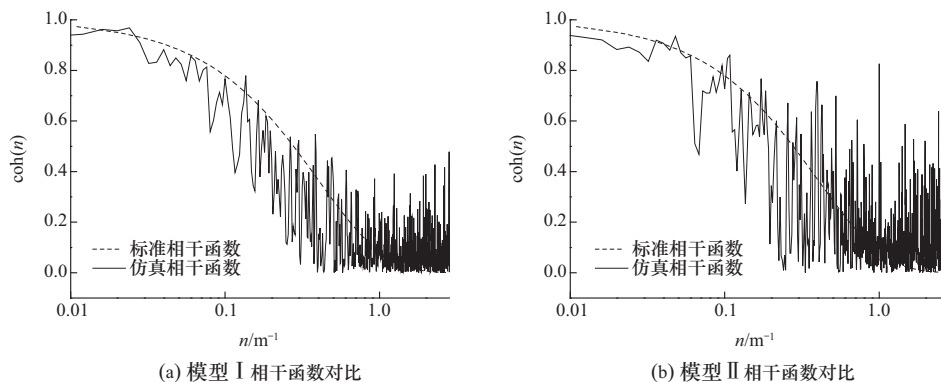


图 3 左右轮路面不平度相干性对比

Fig. 3 Coherence of road roughness for left and right tracks

4 结 论

基于 IFFT 法构造了左右轮路面不平度特性,并根据左右轮不平度特性推演了左右轮轮辙的自功率谱和相干关系,由此得到路面重构的 IFFT 法当 $L\Delta n \approx L\Delta n=1$ 时,其与谐波叠加法是完全等价的关系,进而借此获得 IFFT 法中不同轮辙相位角的解析关系;同时也基于轮辙功率谱密度阵的 LU 分解得到了白噪声滤波传递函数的解析表达,对不同轮辙不平度的 Fourier 函数进行逆 Fourier 变换即得不同轮辙路面不平度曲线. 两种 IFFT 模型均是解析模型,具有理论上的合理性;仿真结果表明,两模型中各轮辙的自功率谱与标准功率谱吻合较好,轮

辙间的相干性也与参考模型具有较好的一致性,从而验证了基于左右轮相位角相干关系的 IFFT 模型和基于功率谱密度阵 LU 分解的 IFFT 模型也具有较好的仿真可信性,它们都能很好地用于 2 维路面不平度的数字模拟.

参考文献:

- [1] 张永林. 车辆道路数值模拟与仿真研究[D]. 武汉:华中科技大学,2010.
Zhang Yonglin. Study on numerical modeling and computer simulation of stochastic road of vehicles[D]. Wu-hai: Huazhong University of Science & Technology, 2010. (in Chinese)
- [2] Zhang Yonglin, Zhang Jiafan. Numerical simulation of

- stochastic road process using white noise filtration[J]. Mechanical System and Signal Processing, 2006(20): 363–372.
- [3] 张洪欣, 宋传学, 王秉刚, 等. 汽车行驶平顺性的计算机预测[J]. 汽车工程, 1986, 8(1): 21–31.
Zhang Hongxin, Song Chuanxue, Wang Binggang, et al. Computer prediction of vehicle's ride quality[J]. Automotive Engineering, 1986, 8(1): 21–31. (in Chinese)
- [4] Wang X, Zhao J B, Wang J Z. An improved road roughness simulation method based on trigonometric series method[J]. Applied Mechanics and Materials, 2014, 513–517: 3277–3282.
- [5] 孙宁, 李瑰贤. 随机振动信号的一种简单模拟计算方法[J]. 振动与冲击, 2000, 19(2): 50–51.
Sun Ning, Li Guixian. A simple method for generating the simulating signals of random vibrations[J]. Journal of Vibration and Shock, 2000, 19(2): 50–51. (in Chinese)
- [6] Szöke D, Kuti I. A new development in the numerical description of road profile realisations[J]. Int J Vehicle Design, 2004, 34(2): 183–190.
- [7] 任宏斌, 陈思忠, 吴志成, 等. 车辆左右车轮路面不平度的时域再现研究[J]. 北京理工大学学报, 2013, 33(3): 257–259.
Ren Hongbin, Chen Sizhong, Wu Zhicheng, et al. Time domain excitation model of random road profile for left and right wheels[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2013, 33(3): 257–259. (in Chinese)
- [8] 王亚, 陈思忠. 时空相关路面不平度时域模型仿真研究[J]. 振动与冲击, 2013, 32(5): 70–74.
Wang Ya, Chen Sizhong. Simulation research on time domain model of road roughness with time-space correlation[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(5): 70–74. (in Chinese)
- [9] 荣吉利, 郑育龙, 刘琥, 等. 某大型运输车的时域平顺性仿真分析[J]. 北京理工大学学报, 2017, 37(2): 146–150.
Rong Jili, Zheng Yulong, Liu Hu, et al. Time domain method in large freight vehicle comfort analysis[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2017, 37(2): 146–150. (in Chinese)
- [10] 朱兴高, 顾亮. 履带对地面的包络特性研究[J]. 北京理工大学学报, 2016, 36(1): 48–52.
Zhu Xinggao, Gu Liang. Research on envelope characteristics of the track on ground[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2016, 36(1): 48–52. (in Chinese)
- [11] 卢凡, 陈思忠. 汽车路面激励的时域建模与仿真[J]. 汽车工程, 2015, 37(5): 549–553.
Lu Fan, Chen Sizhong. Modeling and simulation of road surface excitation on vehicle in time domain[J]. Automotive Engineering, 2015, 37(5): 549–553. (in Chinese)
- [12] Liu Xiandong, Wang Haixia, Shan Yingchun, et al. Construction of road roughness in left and right wheel paths based on PSD and coherence function[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2015(60–61): 668–677.
- [13] 李倩. 导弹运输过程中的振动响应分析[D]. 北京: 北京理工大学, 2019.
Li Qian. Vibration response analysis of missile transportation[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2019. (in Chinese)
- [14] Bogsjö K. Evaluation of stochastic models of parallel road tracks[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2007(22): 362–370.
- [15] Bogsjö K. Coherence of road roughness in left and right wheel-path[J]. Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, 2008, 46(suppl1): 599–609.
- [16] 余志生, 夏群生. 汽车理论[M]. 6版. 北京: 机械工业出版社, 2019.
Yu Zhisheng, Xia Qunsheng. Automobile theory [M]. 6th ed. Beijing: China Machine Press, 2019. (in Chinese)
- [17] Johannesson P, Podgórski K, Rychlik I. Modelling roughness of road profiles on parallel tracks using roughness indicators[J]. Int J Vehicle Design, 2016, 70(2): 183–210.

(责任编辑: 刘雨)