

电液伺服随机振动控制系统非线性建模与仿真

付波¹, 谢安桓², 赵春宇¹, 周华¹

(1. 浙江大学 流体动力与机电系统国家重点实验室,浙江 杭州 310027;2. 之江实验室,浙江 杭州 311121)

摘要: 为准确再现 5~500 Hz 频宽范围参考加速度功率谱密度,针对电液伺服随机振动控制系统,建立了其非线性数学模型。考虑压力流量特性和伺服阀控制死区的影响,状态依赖 Riccati 方程技术被引入来获得系统变增益状态反馈,拓展了系统频宽;同时结合功率谱密度均衡方法,在频域上对输入信号进行了修正。通过 Simulink 仿真分析可知,功率谱密度稳定波动范围在±1 dB 以内。

关键词: 电液伺服控制系统; 随机振动; 加速度; 功率谱密度

中图分类号: TH137 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-0645(2020)05-0491-05

DOI: 10.15918/j.tbit.1001-0645.2018.474

Nonlinear Modeling and Simulation on Electro-Hydraulic Servo Systems with Stochastic Vibration Control

FU Bo¹, XIE An-huan², ZHAO Chun-yu¹, ZHOU Hua¹

(1. State Key Laboratory of Fluid Power and Mechatronic Systems, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China; 2. Zhijiang Lab, Hangzhou, Zhejiang 311121, China)

Abstract: A nonlinear mathematical model was established on electro-hydraulic servo system with stochastic vibration control in order to reproduce reference acceleration power spectrum density (PSD) of 5~500 Hz frequency range accurately. The state dependent riccati equation (SDRE) technology was introduced to acquire system state feedback of variable gain and expand system bandwidth, considering the influence of pressure flow characteristic and servo valve control dead zone. Meanwhile the PSD equalization method was applied to modify the input signal in the frequency domain. According to the analysis in Simulink, the steady fluctuation range of PSD is within ±1 dB.

Key words: electro-hydraulic servo control system; stochastic vibration; acceleration; power spectrum density (PSD)

随机振动是自然界较为常见的现象,如大气湍流对飞机的影响、海浪波动对船舶的冲击、地震等,这些振动环境对设备的正常工作影响很大,通过振动环境模拟,可在设备正式应用前对其可靠性和疲劳寿命进行考察,提前预防可能出现的失效问题。电液伺服系统由于其控制精度高、响应速度快、承载能力强等特点,而可作为振动设备模拟振动环境。

随机振动包括随机波形再现和功率谱再现,前者可在时域上再现随机波形,后者可在短时间内同时激发出具有特定 PSD 的宽频带随机振动,能模拟连续平稳的随机信号,更为常见。因此围绕要求的参考加速度 PSD,本文研究了电液伺服系统的随机振动控制特性。

电液伺服振动控制系统一般由伺服控制器和振动控制器组成。伺服控制常采用三参量控制^[1],通

收稿日期: 2018-11-15

作者简介: 付波(1994—),男,硕士生,E-mail:fubo@zju.edu.cn.

通信作者: 谢安桓(1984—),男,硕士,工程师,E-mail:xieanhuan@163.com.

过极点配置拓展系统频宽。由于系统广泛存在非线性、频宽不高等问题,固定增益控制器不能较好追踪参考输入信号,因此关于非线性补偿研究得到人们重视。其补偿方法主要有最小控制合成法^[2]、自适应逆控制^[3]、SDRE 技术^[4]等。线性二次调节器(linear quadratic regulator,LQR)在汽车控制等领域得到了广泛的应用^[5],基于其原理发展的 SDRE 技术^[6]具有简洁设计流程,可使系统获得较好稳定性和频响特性。振动控制器则在频域上对信号进行均衡修正,弥补伺服控制的不足。均衡控制方法主要有线性均衡算法^[7]、X 滤波 LMS 算法^[8]、基于 Kalman 滤波自适应控制算法等^[9]。后两者均衡算法虽有助于减小噪声干扰、提高均衡速率,但需考虑系统稳定性,且实现较复杂。因此本文仅采用较为通用线性均衡算法,并结合 SDRE 技术来再现参考加速度 PSD。

1 SDRE 技术

假设全状态可观非线性系统表达为

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x)x + B(x)u(t), \\ y &= Cx(t).\end{aligned}\quad (1)$$

无限时间性能泛函 J 定义为

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty \{ e^T(t) Q e(t) + u^T(t) R u(t) \} dt, \quad (2)$$

式中: 权矩阵 Q, R 为正定矩阵; $e(t)$ 为误差向量, 有 $e(t) = y_r(t) - y(t)$; $y_r(t)$ 为参考信号。SDRE 技术则求解使性能泛函 J 最小的优化控制输入 $u(t)$, 流程如下^[9]:

① 将系统表达为含状态依赖系数(state-dependent coefficient, SDC)矩阵形式

$$\dot{x}(t) = A(x)x(t) + B(x)u(t). \quad (3)$$

② 在线求解 SDRE

$$\begin{aligned}P(x)A(x) + A^T(x)P(x) + C^TQC - \\ P(x)B(x)R^{-1}B^T(x)P(x) = 0,\end{aligned}\quad (4)$$

式中 $P(x)$ 为 Riccati 方程唯一对称正定解。

③ 计算优化控制输入

$$u(x) = R^{-1}(x)B^T(x)[g(x) - P(x)x]. \quad (5)$$

其中反馈调节器 $K(x) = R^{-1}B^T(x)P(x)$, 前馈滤波器 $G = R^{-1}B^T(x)g(x)$, 且 $g(x)$ 满足

$$[P(x)B(x)R^{-1}B^T(x) - A^T(x)]g(x) = C^TQ(x)y_r. \quad (6)$$

2 数学模型

电液伺服系统中广泛存在压力流量特性、伺服

阀控制死区等非线性因素, 为准确实现 5~500 Hz 频宽范围加速度随机振动控制, 建立系统非线性模型。

液压缸和负载的力平衡方程如下(忽略摩擦):

$$A_p p_L = m_t \ddot{x}_p + B_p \dot{x}_p + K x_p, \quad (7)$$

式中: A_p 为液压缸活塞有效面积; p_L 为系统工作压力; m_t 为质量负载; x_p 为液压缸活塞位置; B_p 为阻尼负载; K 为弹性负载。

液压缸流量连续性方程为

$$q_L = D_Z(x_v) \sqrt{p_s - \text{sgn}(x_v)p_L}, \quad (8)$$

式中: q_L 为伺服阀流量; x_v 为伺服阀阀芯位移; $\text{sgn}(x)$ 为取 x 符号函数; $D_Z(x_v)$ 为死区函数, 表达式为

$$D_Z(x_v) = \begin{cases} C_d W(x_v - x_{vn}) / \sqrt{\rho} & x_v < x_{vn} \\ 0 & x_{vn} \leq x_v \leq x_{vp}, \\ C_d W(x_v - x_{vp}) / \sqrt{\rho} & x_v > x_{vp} \end{cases} \quad (9)$$

式中: C_d 为流量系数; W 为面积梯度; x_{vn} 和 x_{vp} 为死区范围; ρ 为流体密度; p_s 为供油压力。

伺服阀动态特性方程为

$$\ddot{x}_v = -\omega_v^2 x_v - 2\xi_v \omega_v + \omega_v^2 K_{xv} K_a u, \quad (10)$$

式中: ω_v 为伺服阀固有频率; ξ 为伺服阀阻尼比; K_{xv} 为伺服阀增益; K_a 为放大器增益; u 为伺服阀输入电压。

由式(7)~(10), 将系统表示为含 SDC 矩阵形式的状态空间方程:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A(x)x + Bu, \\ y &= Cx.\end{aligned}\quad (11)$$

式中: x 为状态向量, $x = [x_p \ \dot{x}_p \ p_L \ x_v \ \dot{x}_v]^T$;

B 为输入矩阵, $B = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \omega_v^2 K_{xv} K_a]^T$;

C 为输出矩阵, $C = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$;

$A(x)$ 为状态矩阵,

$$A(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K}{m_t} & -\frac{B_p}{m_t} & \frac{A_p}{m_t} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{4\beta_e A_p}{V_t} & 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_v^2 & -2\xi_v \omega_v \end{bmatrix}.$$

其中状态依赖 Δ 表达为

$$\Delta = 4\beta_e D_Z(x_v)_{ss} \sqrt{p_s - \text{sgn}(x_v)p_L}/V_t,$$

$$D_Z(x_v)_{ss} = \begin{cases} C_d W(1 - x_{vn}/x_v) \rho^{\frac{1}{2}} & x_v < x_{vn} \\ 0 & x_{vn} \leq x_v \leq x_{vp}, \\ C_d W(1 - x_{vp}/x_v) \rho^{\frac{1}{2}} & x_v > x_{vp} \end{cases}$$

本文采用 Hamiltonian 矩阵 Schur 分解法^[10]来实时求解代数 Riccati 方程,且 Matlab 中有相应工具函数“care”。假设矩阵 $\mathbf{P}(\mathbf{x})$ 、 \mathbf{g} 、 \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 分别表示为

$$\mathbf{P}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & P_{15} \\ P_{12} & P_{22} & P_{23} & P_{24} & P_{25} \\ P_{13} & P_{23} & P_{33} & P_{34} & P_{35} \\ P_{14} & P_{24} & P_{34} & P_{44} & P_{45} \\ P_{15} & P_{25} & P_{35} & P_{45} & P_{55} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ g_4 \\ g_5 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{Q} = q, \quad \mathbf{R} = 1.$$

由求解的 $\mathbf{P}(\mathbf{x})$ 可得优化输入中反馈调节器 $\mathbf{K}(\mathbf{x})$ 为

$$\mathbf{K}(\mathbf{x}) = \omega_v^2 K_{xv} K_a [P_{15} \quad P_{25} \quad P_{35} \quad P_{45} \quad P_{55}].$$

由式(4)和(6)可得前馈滤波器

$$\mathbf{G} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{g} = \omega_v^2 K_{xv} K_a g_5 = \sqrt{q} y_r.$$

综上优化控制输入 $u(t)$ 为

$$u(t) = -\omega_v^2 K_{xv} K_a (P_{15} x_p + P_{25} \dot{x}_p + P_{35} p_L + P_{45} x_v + P_{55} \dot{x}_v) + \sqrt{q} y_r. \quad (12)$$

3 系统动态特性分析

在 Simulink 中建立系统仿真模型,如图 1 所示,伺服阀、液压缸、负载的主要参数设置如表 1 所示。

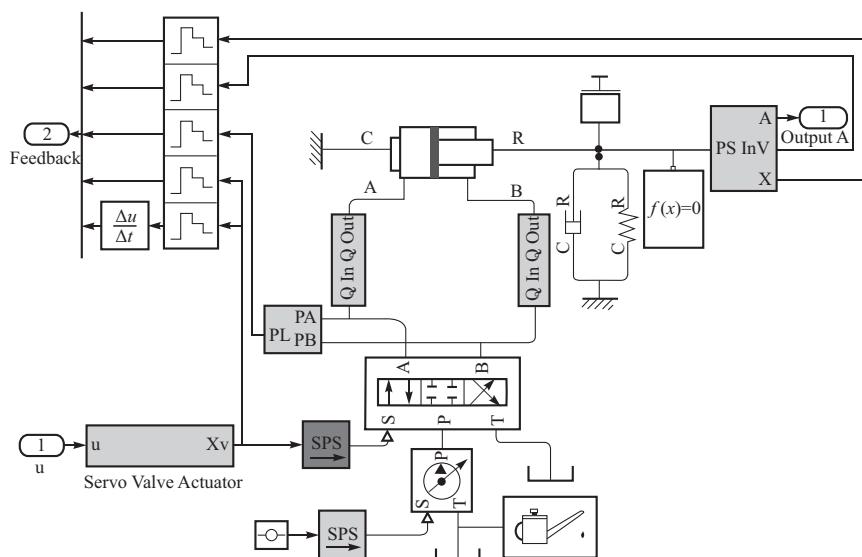


图 1 Simulink 仿真模型

Fig. 1 Simulink simulation model

表 1 仿真模型主要参数

Tab. 1 Main parameters of simulation model

名称	参数名称/单位	参数值
泵源	供油压力/MPa	20
	油液密度/(kg·m ⁻³)	863.6
	固有频率/Hz	400
	阻尼比	0.6
伺服阀	流量系数	0.65
	阀芯最大开口/m	0.000 6
	阀芯最大开口面积/m ²	3.37×10 ⁻⁶
	控制死区范围/m	±10 ⁻⁵
液压缸	活塞直径/m	0.065
	活塞杆直径/m	0.050
	工作腔长度/m	0.012
	质量负载/kg	35
工作负载	弹性负载/(kN·m ⁻¹)	2 500
	阻尼负载/(N·s·m ⁻¹)	101 922
信号	输入发送频率/Hz	1 024
	反馈采样频率/Hz	8 192

对权矩阵 \mathbf{Q} 中权系数 q 取不同值,将低量级高斯白噪声信号作为输入信号,通过自动步长 LMS 法^[11]辨识系统传递函数,从而获得幅频宽(-3 dB)大小(如表 2 所示),由于非线性因素,每次辨识的幅频宽存在差异,但整体上随着 q 的增加呈增大趋势。但当权系数 $q \geq 25 \times 10^6$ 时,阶跃响应存在超调,为使系统稳定, q 取 $q \leq 16 \times 10^6$,此时系统幅频宽较高可达 153 Hz。

表 2 SDRE 权系数对系统幅频宽影响

Tab. 2 Influence of SDRE weight coefficient on system amplitude bandwidth

权系数 q	幅频宽(-3 dB)/Hz
9×10^6	109~129
16×10^6	130~153
25×10^6	151~169

4 随机振动控制仿真分析

为弥补伺服控制的不足,准确再现参考 PSD,引入 PSD 均衡方法,其均衡公式为

$$G_{uu}(f)_{k+1} = G_{uu}(f)_k + \alpha \hat{Z}(f)_k G_{ee}(f)_k \hat{Z}(f)_k^H,$$

式中: $G_{uu}(f)$ 为系统输入加速度 PSD; $G_{ee}(f)$ 为误差

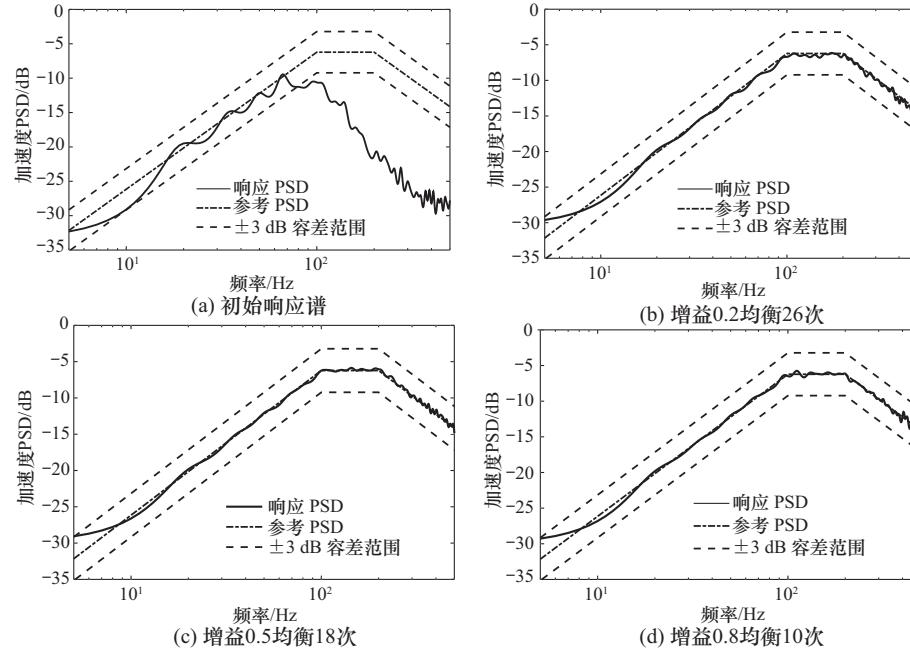


图 2 权系数 $q=9\times 10^6$ 的加速度 PSD 波动情况

Fig. 2 Acceleration PSD fluctuation situation with weight coefficient $q=9\times 10^6$

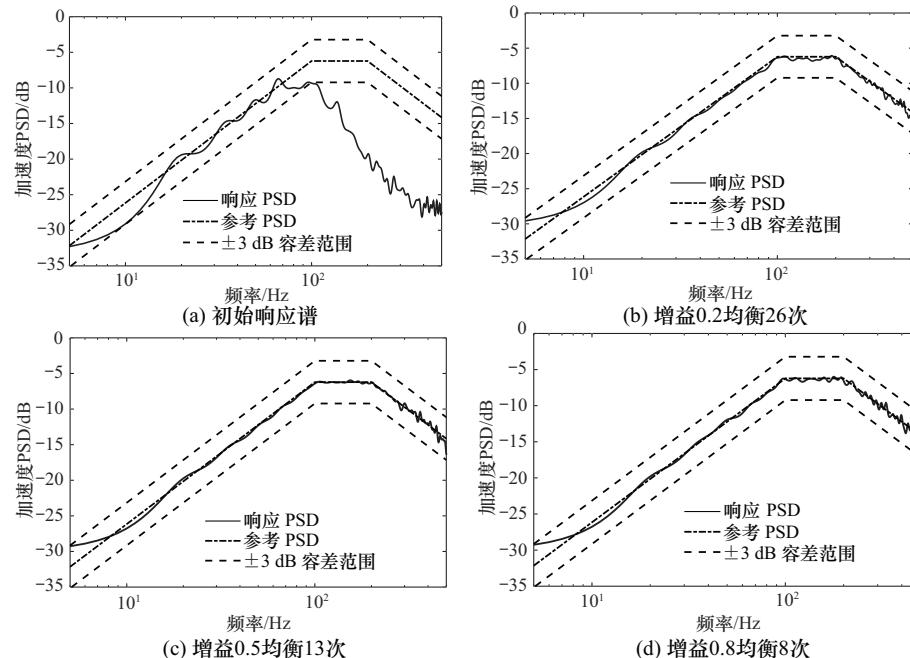


图 3 权系数 $q=16\times 10^6$ 的加速度 PSD 波动情况

Fig. 3 Acceleration PSD fluctuation situation with weight coefficient $q=16\times 10^6$

PSD,即参考加速度 PSD 与系统响应加速度 PSD 之差; α 为反馈增益; $\hat{Z}(f)^H$ 为系统阻抗函数 $\hat{Z}(f)$ 共轭转置.

基于 AR 谱模型估计法^[12],绘制不同条件下 PSD 稳态波动情况,权系数 $q=9\times 10^6$ 如图 2 所示,权系数 $q=16\times 10^6$ 如图 3 所示.

由图2和图3可知,经过有限次均衡后均可以准确再现参考PSD,除了低频10Hz以下,PSD稳态波动范围在±1 dB以内。统计不同条件下PSD稳态波动时均衡次数,如表3所示,可知在系统稳定条件下,增大反馈增益和权系数,均可以减少响应PSD稳态波动时的均衡次数。

表3 PSD 稳定波动时均衡次数

Tab. 3 Equilibrium times when PSD stable fluctuation

SDRE 权系数 q	反馈增 0.2	反馈增 0.5	反馈增益 0.8
9×10^6	26	18	10
16×10^6	26	13	8

5 结束语

本文将SDRE技术与PSD均衡方法结合用于电液伺服随机振动控制系统。建立系统非线性模型,在线求解SDRE获得系统变增益状态反馈,分析反馈设计系统动态特性时发现,SDRE权系数增大,系统幅频宽呈增大趋势,但权系数过大导致系统阶跃响应超调,本文合适权系数小于等于 16×10^6 ,系统幅频宽较高可达153 Hz。同时结合PSD均衡方法,选取不同SDRE权系数和PSD均衡反馈增益,通过仿真分析可知,经过有限次均衡,均可以准确再现参考PSD,除了低频10 Hz以下,PSD稳态波动范围在±1 dB以内,且增大反馈增益和权系数可以减少PSD稳态波动时均衡次数。

参考文献:

- [1] Tagawa Y, Kajiwara K. Controller development for the E-Defense shaking table[J]. Journal of Systems & Control Engineering, 2007, 221(221): 171–181.
- [2] Stoten D, Shimizu N. The feedforward minimal control synthesis algorithm and its application to the control of shaking-tables[J]. Journal of Systems & Control Engineering, 2007, 221(3): 423–444.
- [3] Lai G, Liu Z, Zhang Y, et al. Fuzzy adaptive inverse compensation method to tracking control of uncertain nonlinear systems with generalized actuator dead zone[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2017, 25(1): 191–204.
- [4] Pagano S, Russo R, Strano S, et al. Non-linear modelling and optimal control of a hydraulically actuated seismic isolator test rig[J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2013, 35(1–2): 255–278.
- [5] 刘启佳,陈思忠.基于LQR的四轮转向汽车控制方法[J].北京理工大学学报,2014,34(11):1135–1139.
Liu Qijia, Chen Sizhong. The control method about four wheels steering car based on LQR theory[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2014, 34(11): 1135–1139. (in Chinese)
- [6] Strano S, Terzo M. A SDRE-based tracking control for a hydraulic actuation system[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2015, 60–61: 715–726.
- [7] 杨志东.液压振动台振动环境模拟的控制技术研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2009.
Yang Zhidong. Research on control technologies of simulation of vibration environment using hydraulic vibration table[D]. Harbin : Harbin Institute of Technology, 2009. (in Chinese)
- [8] Yang Z, Huang Q, Han J, et al. Adaptive inverse control of random vibration based on the filtered-X LMS algorithm[J]. Seismic Engineering and Engineering Vibration (English Edition), 2010, 9(1): 141–146.
- [9] 关广丰,王海涛,熊伟.随机振动功率谱再现自适应控制算法研究[J].振动与冲击,2011,30(3):1–4.
Guan Guangfeng, Wang Haitao, Xiong Wei. Adaptive control of power spectral density replication of random vibration [J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(3): 1–4. (in Chinese)
- [10] Guglielmi N, Kressner D, Lubich C. Low rank differential equations for Hamiltonian matrix nearness problems[J]. Numerische Mathematik, 2015, 129(2): 279–319.
- [11] 陈琪,刘刚,郑世强.基于自适应变步长最小均方差算法的磁悬浮电动机自动平衡方法[J].机械工程学报,2015,51(15):119–127.
Chen Q, Liu G, Zheng S. Automatic balancing for magnetically suspended high-speed motor based on adaptive variable step-size LMS algorithm[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51 (15): 119 – 127. (in Chinese)
- [12] 王晓燕,李杰,董玉才,等.基于FIR数字滤波器随机振动信号频时域转换方法[J].北京理工大学学报,2012,32(7):685–688.
Wang Xiaoyan, Li Jie, Dong Yucai, et al. Transformation from frequency to time domain of random vibration signal based on FIR digit filter[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2012, 32(7): 685–688. (in Chinese)

(责任编辑:孙竹凤)