

轴承-转子系统运动分析及主轴振动的相位控制

于哲，陈淑江，马金奎，路长厚，李昊

(山东大学 高效洁净机械制造教育部重点实验室, 山东, 济南 250061)

摘要：为限制高速运动过程中轴承转子系统的振动及提高机床加工精度, 提出了通过控制可倾瓦轴承转子的振幅和相位以降低主轴前端振幅来达到提高加工精度的方法。建立了刚性轴转子系统的五自由度振动模型, 并求出了转子系统振动的微分方程; 通过流量平衡法求得可倾瓦轴承的供油流量, 并离散雷诺方程求出了可倾瓦轴承的油膜力; 通过欧拉法得出了可倾瓦轴承转子轨迹, 并通过空间直线方程得出了主轴前端转子运动轨迹; 通过电磁致动器作为辅助控制装置调节可倾瓦轴承转子的切向加速度和法向加速度。算例的仿真结果显示可倾瓦轴承转子的轨迹收敛成圆形, 并减小了前后轴承的相位差, 主轴前端振幅降低了 60.26%。

关键词：轴承-转子系统; 可倾瓦轴承; 转子系统振动; 相位控制

中图分类号：TH133.31 **文献标志码：**A **文章编号：**1001-0645(2019)09-0894-06

DOI：10.15918/j.tbit.1001-0645.2019.09.003

Motion Analysis of Bearing Rotor System and Phase Control of Spindle Vibration

YU Zhe, CHEN Shu-jiang, MA Jin-kui, LU Chang-hou, LI Hao

(Key Laboratory of High Efficient Clean Machinery Manufacturing, Ministry of Education,
Shandong University, Ji'nan, Shandong 250061, China)

Abstract: In order to limit the vibration of the shaft bearing subsystem and improve the machining accuracy of machine tool in the high-speed movement, a method was proposed based on controlling the amplitude and phase of the rotor of the tilting pad bearing to reduce the amplitude in the front end of the spindle. Firstly, a five-degree-freedom vibration model was established for the rigid rotor system and a differential equation was conducted to solve rotor system vibration. Then, a flow balance method was used to obtain the feed flux, a discrete Renault equation was taken to analyze the oil film force of the tilting pad bearing, an Euler method was used to get the rotor trajectory of the tilting pad bearing, and a linear equation of space was taken to obtain the trajectory of the front rotor of the spindle. Finally, an electromagnetic actuator was used as an auxiliary control device to adjust the tangential acceleration and normal acceleration of the tilting pad bearing rotor. The simulation results show that, the rotor trajectory can converge to a circle and can reduce the phase difference of the front and rear bearings. The amplitude of the front end of the spindle can be reduced by 60.26%.

Key words: bearing-rotor system; tilting pad bearing; vibration of rotor system; phase control

超精密加工技术在国防建设与国民经济发展中具有不可替代的作用, 它是现代高技术战争的重要

收稿日期：2018-05-07

基金项目：国家自然科学基金资助项目(51575318)

作者简介：于哲(1995—), 男, 硕士生, E-mail: 201612732@mail.sdu.edu.cn.

通信作者：陈淑江(1969—), 男, 副教授, 硕士生导师, E-mail: chsjm@sdu.edu.cn.

支撑技术,也是现代基础科学技术发展的重要保障^[1]. 加工误差的产生因素应该与机床本身加工精度、刀具磨损、热变形等众多因素相关^[2]. 迄今为止,提高加工精度的方法有很多,如在数控机床中实行实时补偿控制方法、均化原始误差法、转移原始误差法、分化原始误差法等.

转子的主动控制方面,针对电磁轴承的研究居多,它具有无接触、无摩擦磨损、无需润滑和寿命长等优点^[3],但是同时也存在一些不可忽视的缺点,开环控制、承载力低、成本高. Das 等^[4]在柔性转子轴承系统中使用电磁致动器对主轴的耦合挠曲-扭转振动进行主动控制. 数值拟合结果显示了该方法的有效性. Gaurav Kumar 等^[5]提出一种激励为交流电的包含 12 个节点的径向主动电磁轴承(AMB)不平衡响应控制系统,该系统通过转换 AMB 极点的激励电流来产生与不平衡力同频但相位相反的旋转力. 吴超等^[6]利用超磁致伸缩驱动器控制滑动轴承的轴瓦位置进而改变油膜厚度,以达到控制轴承的目的,并取得了一定的进展. 马金奎等^[7-9]提出了通过合成椭圆形运动轨迹的方法,并且对轴承主动控制以达到加工非圆异形孔进行了大量研究. 李昊等^[10-11]研发了一种新型的动静压柔性铰链可倾瓦轴承,并利用传递函数法进行控制,在抑制转子不平衡振动,限制转子振幅方面取得了一定的突破.

文中针对动静压柔性铰链可倾瓦轴承-转子系统的振动主动控制进行了研究. 动静压柔性铰链可倾瓦轴承除了传统可倾瓦轴承所具备的优点外,它以柔性铰链代替了传统铰链,结构简单,更易加工. 在每个瓦块上各开一个静压腔,在主轴启动前对其进行恒压供油可以防止主轴的摩擦和磨损,同时具有足够的径向刚度和较高的稳定性.

1 转子系统运动建模

轴承转子系统及其运动状态如图 1~2 所示. 这类结构的主轴在如车床、镗床、磨床中应用较广. 在镗床中,主轴前端安装镗刀;在车床中,主轴前端位置为三爪卡盘固定工件的加工位置;在磨床中,主轴前端安装砂轮. 为了简化系统模型,所研究转子认为是刚性轴. 该刚性主轴由两个轴承作为支撑,右端为动静压柔性铰链可倾瓦轴承,左端为高精度的滚动轴承.

转子系统在启动后,由于滚动轴承的结构特点,

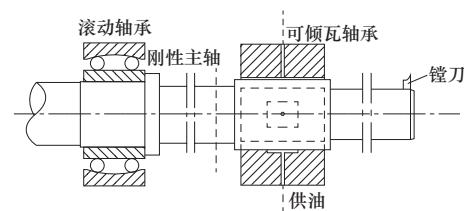


图 1 刚性轴-可倾瓦轴承转子系统

Fig. 1 Rigid shaft-TPJB rotor system

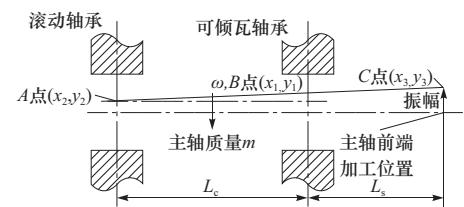


图 2 转子系统运动示意图

Fig. 2 Diagram of rotor system motion

滚动轴承处转子的振幅在很大程度上受到自身结构的影响,如滚动体精度,轴承内圈和外圈精度,滚动体差异,主轴质量偏心等. 本文假设滚动轴承支座刚度足够大,并且滚动轴承经过充分预紧,滚动轴承的运转只受滚动轴承各部件加工精度的影响. 故在这里假设可倾瓦轴承处的转子振动对滚动轴承处转子的振动不产生影响,或产生很小的影响. 而滚动轴承处的转子振动会对主轴前端的转子回转精度产生较大影响.

假设在 t 时刻转子系统振动如图 2 所示,可倾瓦轴承转子运动到点 B 该点的坐标为 (x_1, y_1) , 滚动轴承处转子运动到点 A, 该点的坐标为 (x_2, y_2) . 刚性轴质量为 m , 两轴承中心距离为 L_c . 其中 x_2 和 y_2 为已知,由实际的转子系统测量得到. 此时左端相对于右端的运动加速度为 $(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2)$ 和 $(\ddot{y}_1 - \ddot{y}_2)$, 速度为 $(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)$ 和 $(\dot{y}_1 - \dot{y}_2)$, 位移为 $(x_1 - x_2)$ 和 $(y_1 - y_2)$. 那么此时可倾瓦轴承转子相对于滚动轴承转子系统的 T 和 V 为

$$T = 0.5m[(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)^2 + (\dot{y}_1 - \dot{y}_2)^2] + 0.5I_z\omega^2 + 0.5I_{x,y}(\dot{a}^2 + \dot{b}^2), \quad (1)$$

$$V = 0.5mg(x_1 - x_2) - F_y(y_1 - y_2) - F_x(x_1 - x_2), \quad (2)$$

$$L = T - V. \quad (3)$$

式中: I_z 为刚性轴绕 z 方向的旋转转动惯量; $I_{x,y}$ 为刚性轴绕 x 和 y 方向转动的转动惯量; α 为刚性轴绕 x 方向的转动角度; β 为刚性轴绕 y 方向的转动角度. 由拉格朗日方程,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{X}} \right) - \frac{\partial L}{\partial X} = 0. \quad (4)$$

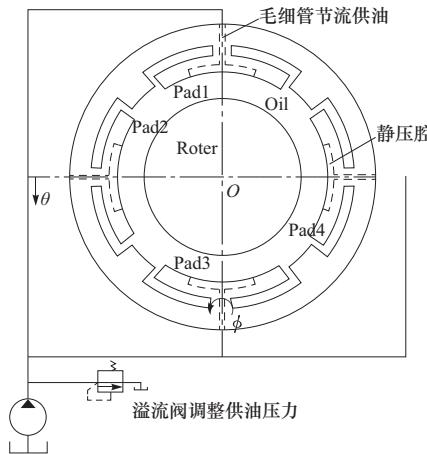
得出转子系统运动微分方程

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 &= -\frac{(mg - F_y)L_c}{0.25mL_c^2 + I_{x,y}} + \ddot{y}_2, \\ \ddot{x}_1 &= \frac{F_x L_c}{0.25mL_c^2 + I_{x,y}} + \ddot{x}_2. \end{aligned} \quad (5)$$

2 主轴运动轨迹计算及运动分析

图3为动静压柔性铰链可倾瓦轴承。该轴承为文献[11]中所使用的轴承，该轴承共4块轴瓦，每个瓦块上各有一个静压腔。且每个瓦块上各有一个细长圆孔，该细长圆孔的长径比大于20，起到毛细管节流作用。

根据毛细管节流器的流量公式及流经控制体的



(a) 动静压柔性铰链可倾瓦轴承

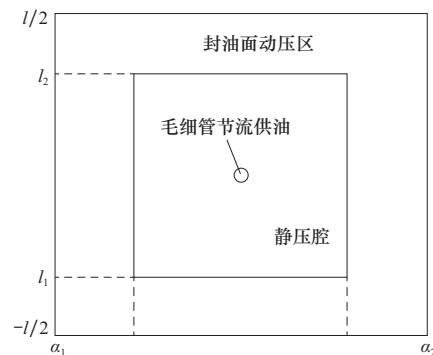
流量平衡有

$$q_{\text{vin}} = \frac{\pi d^4}{128\mu L} (P_s - P_i) = q_{\text{out}}. \quad (6)$$

式中： q_{vin} 为流经毛细管节流器的流量； d 为毛细管直径； L 为毛细管长度； μ 为润滑油黏度； P_s 为供油压力； P_i 为静压腔压力。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[H^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \right] + \left(\frac{r}{l} \right)^2 \frac{\partial}{\partial z} \left[H^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \right] = \\ 6 \frac{\partial H}{\partial \theta} + 12 \frac{\partial H}{\partial \tau}. \end{aligned} \quad (7)$$

式中： H 为量纲一的油膜厚度； $H = h/c$ ，其中 c 为轴承半径间隙； r 为转子半径； l 为轴承宽度； \bar{p} 为量纲一的压力， P 为油膜压力； $\bar{p} = P/P_s$ ； τ 为时间参数， $\tau = t\omega_0$ ； ω_0 为转子角速度。



(b) 瓦块内表面展开图

图3 动静压柔性铰链可倾瓦轴承模型

Fig. 3 Model of dynamic and static pressure flexible hinge TPJB

轴承的供油为恒压供油。在有限差分法求解雷诺方程时，静压压力作为动压压力的压力边界。假设一个静压力初始值作为求解雷诺方程的边界条件之一，来求得油膜压力，并计算流出静压腔的润滑油流量。再通过迭代，当流出静压腔的流量等于通过毛细管节流器流量时，就可以得到静压腔的压力和动压区的压力场。边界划分如图3(b)，边界条件如下：

$$\begin{aligned} P|_{l=\pm L/2} &= 0; \quad P|_{\theta=a_1, a_2} = 0; \\ P|_{l=l_1, l_2} &= P_{\text{static}}; \quad P|_{\theta=\varphi_1, \varphi_2} = P_{\text{static}}. \end{aligned} \quad (8)$$

由此可以通过对 θ 和 L 积分求出量纲一的可倾瓦轴承的油膜力。通过转子运动方程可以求出可倾瓦轴承转子的运动加速度 \ddot{x}_1 和 \ddot{y}_1 ，在通过欧拉法计算出转子的下一时刻位置。

$$\begin{cases} F_x = \int_0^{2\pi} \int_{-0.5}^{0.5} \bar{p} \cos \theta d\theta dz, \\ \bar{F}_y = \int_0^{2\pi} \int_{-0.5}^{0.5} \bar{p} \sin \theta d\theta dz. \end{cases} \quad (9)$$

$$\dot{S}(\tau + \Delta\tau) = \dot{S}(\tau) + \ddot{S}(\tau)\Delta\tau,$$

$$S(\tau + \Delta\tau) = S(\tau) + \dot{S}(\tau + \Delta\tau)\Delta\tau, \quad (10)$$

$$M = I\ddot{\phi} + C\dot{\phi} + K\phi. \quad (11)$$

式中： M 为油膜反力关于铰支点的力矩； I 为瓦块的转动惯量； C 和 K 分别为铰链的摆动阻尼和摆动刚度； ϕ 为瓦块绕铰支点的摆角。

为了更好地分析转子系统的运动状况了，进行刚性轴-可倾瓦轴承转子系统的运动仿真，所需参数见表1。

表1 转子系统参数

Tab. 1 Rotor system parameters

参数	数值/单位
可倾瓦轴承半径 R	0.04 mm
可倾瓦轴承宽度 L	0.05 mm
可倾瓦轴承间隙 c	0.094 mm
轴承支撑间距 L_c	470 mm
轴前端伸长距离 L_s	438 mm
预载荷 M	0.2 N·m
瓦块数量	4
主轴转速 n	3 000/(r·min ⁻¹)
供油压力 P_s	1.0 MPa
毛细管直径 d	0.8 mm
毛细管长度 l	20 mm

图4是转子系统运动轨迹图。主轴前端轨迹可以通过空间直线程求得,可倾瓦轴承处的转子轨迹振幅最小,转子振幅经过可倾瓦轴承在主轴前端的振幅被放大了很多。取主轴前端转子稳定后的轨迹,计算后得主轴前端的平均振幅的量纲一的值为0.060 9,有量纲值为5.721 7 μm。然而可倾瓦轴承处的转子轨迹的平均振幅量纲一的值为0.027 7,有量纲值为2.608 3 μm。转子振幅被放大了2倍以上。取可倾瓦轴承转子轨迹的中心点如图4所示位置(-0.108 0,-0.179 0)。计算出两个位置的相位如图5所示。

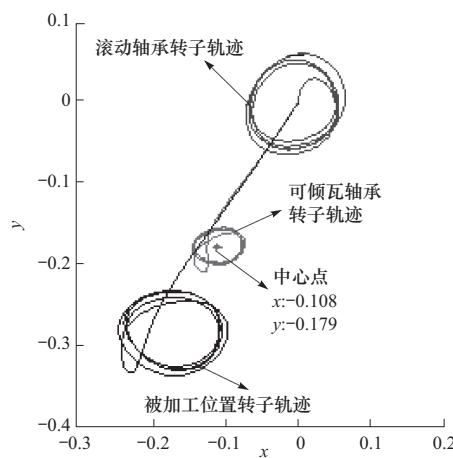


图4 转子系统轨迹图(量纲为一)

Fig. 4 Track diagram of rotor system (dimensionless)

由两个轴承处的转子相位变化图可知,前后两个轴承处转子相位变化的周期基本相同。但是两轴承的相位不同,这也是造成主轴前端的振幅被放大很多的原因。前后两轴承转子相位差如图6所示。

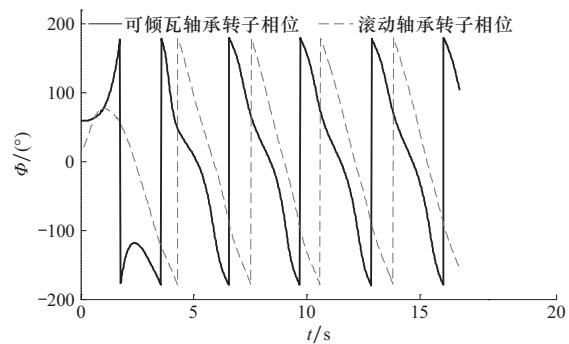


图5 前后轴承相位变化图

Fig. 5 Phase diagram of front and rear bearings

可以看出前后轴承转子相位差基本稳定在100°左右。如图7所示,在刚性轴转子系统中,前后轴承的相位差的大小会对主轴前端转子振幅有很大程度的影响。

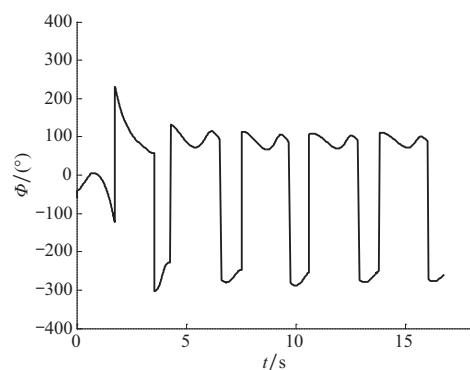


图6 两轴承转子相位差

Fig. 6 Rotor phase difference between two bearings

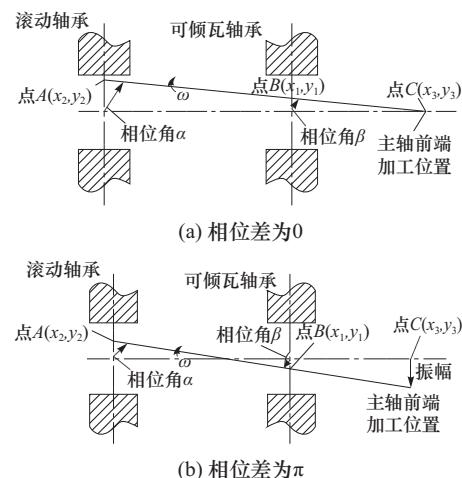


图7 轴承转子相位对主轴前端振幅的影响

Fig. 7 Influence of bearing rotor phase on amplitude of spindle front end

如图7(a)所示,当前后轴承转子的相位角分别为 α 和 β 且 $\alpha=\beta$,此时转子相位差为0,主轴前端的振幅很小,接近于0。而当转子的相位差为 $\alpha-\beta=\pi$ 时,主轴前端的振幅被放大很多,其振幅已经明显大于可倾瓦轴承处转子的振幅了。如图7(b)当相位差为0或接近于0时,主轴前端的振幅很小。当相位差在 180° 左右时,振幅达到最大。

3 主动控制算例

当转子轴心在做圆周运动或者接近圆周运动时,转轴心存在两个方向的加速度,分别为切向加速度和法向加速度。切向加速度会改变转子的运动速度,但是不会影响转子轴心的运动半径;法向加速度垂直于切向加速度,它的大小会影响转子轴心运动半径,但不会对转子轴心的运动速度产生影响。利用电磁致动器对转子施加控制,调节轴心的切向加速度和法向加速度来减小转子相位差。通过切向加速度调节转子运动速度,通过法向加速度调节转子旋转半径。由于前轴承转子相位领先于后轴承的相位接近 100° ,要控制前轴承的相位使相位差减小必须先令前轴承转子先减速后加速。其运动情况如图8~11所示。

3.1 轴心运动减速阶段

令 $A_q = -0.0185$, $A_f = v^2/r$, v 为转子轴心运动过程中的瞬时速度。令减速时长为 $60t$,即减速到转子轴心运动的第421点处。

3.2 轴心运动加速阶段

令 $A_q = 0.0499$, $A_f = v^2/r$,减速时长为 $20t$,即加速到转子轴心运动的第441点处停止加速。转子此时刻的运动速度已经与后轴承转子的轴心运动速度大致相同,而相位差已经变得很小了,相位差在

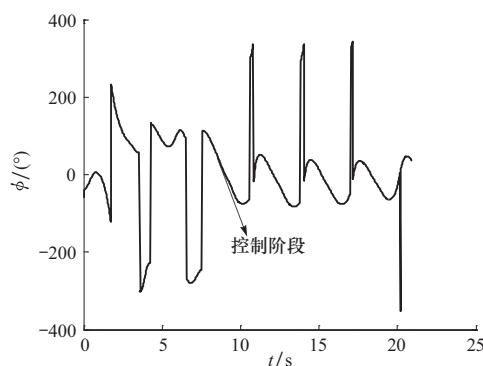


图8 位差(主动控制)

Fig. 8 Phase difference (active control)

0° 附近波动。

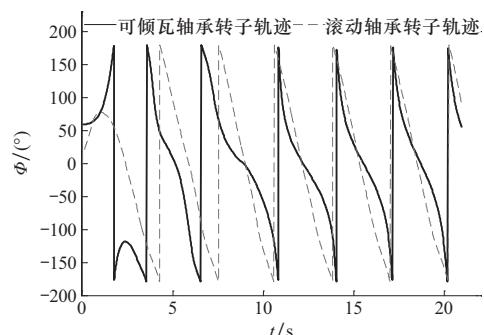


图9 前后轴承转子相位变化(主动控制)

Fig. 9 Phase diagram of front and rear bearings (active control)

在主动控制后转子系统的运动轨迹如下图所示。该图是实价控制后的刚性主轴三个位置的转子运动轨迹。其中可倾瓦轴承轨迹收敛成圆。主轴前端轨迹由于相位波动等原因并没有收敛成一个完整的圆,但是振幅已经得到了大幅度的抑制,由最初比前轴承还大的振幅减小到最比前轴承还小一些。

在施加主动控制后主轴前端的振幅得到了明显的抑制。主轴前端在主动控制施加之前的量纲一平均振幅为 $A_1 = 0.0609$,有量纲值为 $5.7217 \mu\text{m}$ 。主动控制施加后量纲一的平均振幅为 $A_2 = 0.0242$,有量纲值为 $2.2732 \mu\text{m}$ 。主动控制力施加后振幅减小了。

$$(A_1 - A_2)/A_1 = 60.26\%.$$

且主动控制后,主轴前端的振幅要小于可倾瓦轴承转子的平均振幅 $2.6083 \mu\text{m}$ 。

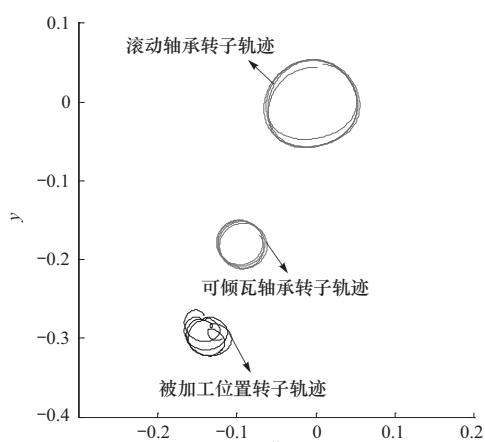


图10 主动控制后转子系统轨迹图(量纲一)

Fig. 10 Track diagram of rotor system after active control (dimensionless)

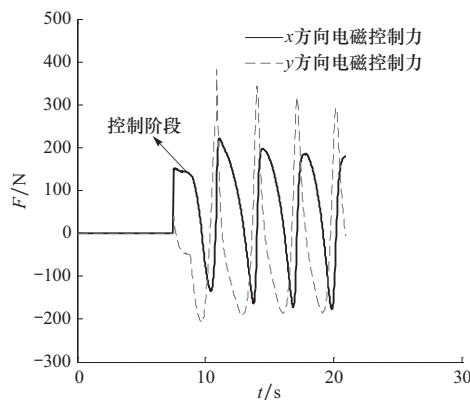


图 11 电磁控制力

Fig. 11 Electromagnetic control

4 结 论

通过流量平衡法求得动静压柔性铰链可倾瓦轴承静压腔压力，并以此为边界条件求得可倾瓦轴承对转子系统提供的油膜力。建立了刚性轴-动静压柔性铰链可倾瓦轴承转子系统的数学模型，得到了转子系统的运动微分方程。用欧拉法求得了转子系统各个截面的运动轨迹。经分析得出了滚动轴承和可倾瓦轴承之间的相位，存在相位差。相位差的大小直接影响主轴前端的振幅，从而影响机械加工精度。通过电磁致动器提供额外的控制力调节转子运动加速度的控制方案。并利用转子的切向加速度调节转子运动速度，利用其法向加速度限制转子振幅的方法对转子系统施加主动控制。在算例中，经主动控制后，可倾瓦轴承转子轨迹收敛为圆形，前后轴承相位差大幅度降低且主轴前端振幅减小了 60.26%。

参考文献：

- [1] 梁迎春,陈国达,孙雅州,等.超精密机床研究现状与展望[J].哈尔滨工业大学学报,2014,46(5):28-38.
Liang Yingchun, Chen Guoda, Sun Yazhou, et al. Research status and outlook of ultra-precision machine tool [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2014, 46(5):28-38. (in Chinese)
- [2] 陈岳坪,靳龙,卢海燕,等.空间统计方法在自由曲面加工误差分解中的应用[J].北京理工大学学报,2017,37(3):260-266.
Chen Yueping, Jin Long, Lu Haiyan et al. Application of spatial statistical analysis in decomposition of machining errors for free-form surfaces [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology 2017,37(3):260-266. (in Chinese)
- [3] Liu Tao, Lu Mindong, Wang Zixi. An identification method of orbit responses rooting in vibration analysis of rotor during touchdowns of active magnetic bearings [J]. Journal of Sound and Vibration, 2018, 414:174-191.
- [4] Das A S, Dutt J K. Active vibration control of unbalanced flexible rotor-shaft systems parametrically excited due to base motion [J]. Applied Mathematical Modelling, 2010, 34:2353-2369.
- [5] Gaurav Kumar, Madhurjya Dev Choudhury. Design and analysis of a radial active magnetic bearing for vibration control [J]. Procedia Engineering, 2016, 144:810-816.
- [6] 吴超,杨春艳,吴溢华,等.主动可控的径向油膜轴承研究综述[J].润滑与密封,2009,34(8):111-113.
Wu Chao, Yang Chunyan, Wu Yihua, et al. Review of actively controlled hydrodynamic bearing [J]. Lubration and Sealing, 2009, 34(8):111-113. (in Chinese)
- [7] 马金奎.滑动轴承非线性轴心轨迹的瞬态与周期特性研究[D].济南:山东大学,2010.
Ma Jinkui. Study on transient and periodic characteristics of nonlinear axis trajectory of sliding bearings [D]. Jinan: Shandong University, 2010. (in Chinese)
- [8] 梁鹏,路长厚,杨发展.静压主轴轴心轨迹的主动控制[J].机械设计与制造,2016 (8):178-181.
Liang Peng, Lu Changhou, Yang Fazhan. Active control of hydrostatic shaft center orbit [J]. Mechanical Design and Manufacture, 2016 (8):178-181. (in Chinese)
- [9] 梁鹏.椭圆轨迹形成方法与控制技术研究[D].济南:山东大学,2014.
Liang Peng. Research on elliptical trajectory forming method and control technology [D]. Ji'nan: Shandong University, 2014. (in Chinese)
- [10] 李昊,陈淑江,马金奎,等.动静压柔性铰链可倾瓦轴承阶跃载荷动态响应[J].西安交通大学学报,2017,58(8):96-101.
Li Hao, Chen Shujiang, Ma Jinkui, et al. Research on dynamic response of hybrid flexure pivot-tilting pad bearings under step load [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2017, 58(8):96-101. (in Chinese)
- [11] 李昊,陈淑江,马金奎,等.传递函数法轴承-转子系统不平衡响应抑制[J].西安交通大学学报,2017,58(12):1-6.
Li Hao, Chen Shujiang, Ma Jinkui, et al. Transfer function method for suppressing of unbalance response of rotor-bearing system [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University 2017, 58(12):1-6. (in Chinese)

(责任编辑:孙竹凤)