

减-变速集成齿轮的时变瞬心激励机理及扭振特性

刘大伟^{1,2}, 谷丹丹¹, 巴延博¹

(1. 燕山大学 机械工程学院, 河北, 秦皇岛 066004;
2. 燕山大学 国家冷轧板带装备及工艺工程技术研究中心, 河北, 秦皇岛 066004)

摘要: 减-变速集成齿轮是一种兼具圆齿轮的减速和非圆齿轮的变速功能的高效轻量化传动元件, 针对其圆与非圆匹配的新型传动模式, 研究含时变瞬心激励下该齿轮的动态特性。首先阐明减-变速集成齿轮传动原理, 给出瞬心变化规律及传动比方程; 然后通过弹性转角分离方法, 揭示时变瞬心对齿轮的激励原理, 进而考虑时变瞬心、刚度、阻尼和误差等因素, 构建减-变速集成齿轮的扭振模型; 最后通过龙格-库塔法定量地分析了不同条件下减-变速集成齿轮的扭振特性, 结果表明: 时变瞬心与刚度复合激励将产生复杂的多频响应, 而且随着瞬心幅值的增加, 瞬心激励对齿轮振动的影响将超过刚度激励, 成为减变速集成齿轮振动的主要原因。

关键词: 非圆齿轮; 面齿轮; 扭振; 参数振动

中图分类号: TH132 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-0645(2019)09-0887-07

DOI: 10.15918/j.tbit.1001-0645.2019.09.002

Excitation Mechanism of Time-Varying Instantaneous Center of Speed Integrated Gears and Its Torsional Vibration Characteristics

LIU Da-wei^{1,2}, GU Dan-dan¹, BA Yan-bo¹

(1. College of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei 066004, China;
2. National Engineering Technology Research Center of Cold Rolling Strip Equipment and
Technology, Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei 066004, China)

Abstract: The speed integrated gear is a new kind of high-efficiency and lightweight transmission component, possessing both of circular and noncircular gear functionalities. Aiming to the special transmission mode, the dynamical characteristics of the new gear pair with the excitation of time-varying instantaneous center was studied. Firstly, the transmission principle of the speed integrated gear was illustrated, getting the change rule of the instantaneous center and the drive ratio equation. Then on the basis of separation of the elastic rotation angle, analyzing time-varying instantaneous center, stiffness, damper and error, the excited mechanism of the instantaneous center on the gear was revealed to build a torsional vibration model. Finally, the vibration feature of the speed integrated gear under different conditions was analyzed based on Runge-Kutta method. The calculation results indicate that the compound excitations of the instantaneous center and the stiffness can lead to complex multi-frequency phenomenon, and the instantaneous center excitation will be more over the stiffness excitation to the torsional vibration with the amplitude increasing of the instantaneous center, becoming the primary cause of the

收稿日期: 2018-03-07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51705444); 河北省自然科学基金资助项目(E2016203183)

作者简介: 刘大伟(1984—), 男, 博士, 副教授, E-mail: liudw@ysu.edu.cn.

torsional vibration.

Key words: noncircular gear; face gear; torsional vibration; parametric vibration

非圆齿轮具有精确而稳定的运动协调功能，在多足机器人、高速水稻插秧机和人工血泵等高端装备中展现出独特的技术优势^[1]。为解决非圆齿轮的封闭性设计难题，融合非圆齿轮和面齿轮的结构特点，提出了兼具圆齿轮减速功能和非圆齿轮变速功能的减-变速集成齿轮^[2-3]，作为一种新型传动元件，明确动态特性对其应用具有重要意义。

在许多含非圆齿轮的机械系统动力学分析中，常将非圆齿轮考虑成刚性接触^[4-7]。Okada等^[4]基于弹跳机器人的动力学特性，优化出驱动系统中非圆齿轮的传动比；叶秉梁等^[5]建立了椭圆齿轮-不完全非圆齿轮行星系移裁机构的刚性动力学模型，求出关键构件的受力规律，但刚性动力学无法真实反映传动系统的动态特性。

在非圆齿轮弹性动力学方面，目前的研究多采用实验或借鉴圆齿轮动力学的建模方法，通过数值计算得到了椭圆齿轮的动态响应规律。刘大伟等^[6]提出一种转角分离方法，可有效解决非圆齿轮转角间的非线性关系给动力学建模造成的困难；但这些研究都是针对常规的非圆齿轮，不适用于具有新匹配模式和构型特点的减-变速集成齿轮，因此本文从新齿轮的传动原理出发，研究其瞬心时变规律及激励原理，考虑时变瞬心、刚度、阻尼等非线性因素，建立减-变速集成齿轮的振动方程，并对时变瞬心复合激励下的基本振动特性及瞬心参数对振动的影响规律进行研究。

1 减-变速集成齿轮的传动原理

减-变速集成齿轮是一种功能复合型传动机构，融合了非圆齿轮和面齿轮的传动特点，能实现圆齿轮减速和非圆齿轮变速的集成传动。它由一个普通小圆柱齿轮和一个非圆面齿轮组成。小圆柱齿轮与非圆面齿轮传动时，相当于小圆柱齿轮的节圆柱面与非圆面齿轮的节曲线做纯滚动，如图1所示。小圆柱齿轮的节圆拉伸形成节圆柱面S₁，面齿轮的节曲线C₂拉伸形成非圆柱面S₂，C₂所在的平面为非圆面齿轮的节面P。直角坐标系x₁y₁z₁和x₂y₂z₂分别是与小圆柱齿轮和非圆面齿轮的机架固定的坐标系，且轴x₁、y₁分别与x₂、y₂平行。

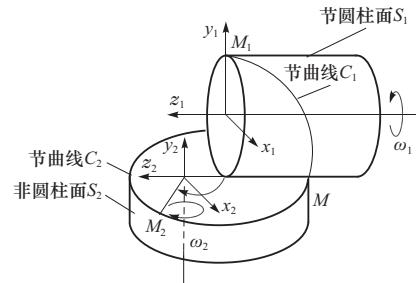


图1 减-变速集成齿轮的节曲线

Fig. 1 Pitch curves of the speed integrated gear

图1中两齿轮回转轴正交，面齿轮的节面为一平面，在该平面上固定一个与非圆面齿轮一起旋转的极坐标系，其原点在非圆面齿轮的回转轴线上，令非圆面齿轮节曲线在极坐标系中的向径与极角分别为r₂和φ₂，则减-变速集成齿轮传动比i₁₂可表示为

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2(\varphi_2)}{r_1}, \quad (1)$$

式中：ω₁和ω₂分别圆柱齿轮和非圆面齿轮的角速度；r₁为圆柱齿轮的节圆半径。

减-变速集成齿轮总传动比i₁₂可分解为两部分，其中减速比i_j为非圆面齿轮与圆柱齿轮的齿数比，变速比i_b为

$$i_b = \frac{r_2}{R_b} = \frac{2\pi r_2}{\int_0^{2\pi} r d\varphi_2}, \quad (2)$$

式中：R_b为与非圆面齿轮啮合的假想圆柱齿轮节圆半径，该假想圆柱齿轮转过一周时，非圆面齿轮也转过一周。普通非圆齿轮传动中，当两个齿轮齿数不同时，也能产生减-变速传动效果，但减速比必须与两非圆齿轮的节曲线周期数之比相等，仅能实现有限的减-变速传动规律。但图1中的齿轮副可以实现减速比和变速比的任意集成，更具灵活性，并且只要传动比为周期函数，非圆面齿轮的节曲线就是光滑封闭的，克服了常规非圆齿轮中的封闭性设计难点。

2 减-变速集成齿轮的时变瞬心激励

减-变速集成齿轮是一种圆与非圆相匹配的新型齿轮机构，为分析其动态特性，首先要明确新构型特点下齿轮的内部激励原理。

一般圆齿轮在啮合过程中，将产生刚度激励、误差激励和啮合冲击激励等三种内部激励。由于减-

变速集成齿轮也是通过轮齿啮合进行运动和动力传递,因此它也具有这三种典型的内部激励。

除此之外,减-变速集成齿轮传动过程中,两齿轮相对瞬心位置不断变化。如图1中,小圆柱齿轮与非圆面齿轮的瞬心为节圆柱面 S_1 和节曲线 C_2 的交点 M ,当两齿轮相对旋转时,瞬心 M 沿节圆柱面 S_1 的母线做往复直线运动,其位置随时间周期变化。这种时变瞬心将会使齿轮在啮合过程中产生特殊的动态激励,为揭示时变瞬心激励的机理,引入弹性转角的概念。

2.1 弹性转角与齿间法向相对位移

当圆柱齿轮和非圆面齿轮为刚性体时,二者的转角分别为 θ_1 和 θ_2 ,满足公式 $d\theta_1/d\theta_2 = i_{12}$,其中非圆面齿轮的极角 φ_2 和转角 θ_2 是相等的。

若齿轮为弹性体,两齿轮传动过程中,齿间接触力将引起轮齿弹性变形,从而导致两齿轮的瞬时转角 ϕ_1 和 ϕ_2 ,不再满足 $d\phi_1/d\phi_2 = i_{12}$ 。此时,两齿轮的瞬时转角可以认为由两部分组成,即满足理论传动比 i_{12} 的刚性转角 θ_1 、 θ_2 和因齿间弹性变形而引起的弹性转角 q_1 、 q_2 ,弹性转角的大小与齿间啮合力、轮齿的刚度及节曲线向径有关。弹性转角将引起齿轮的扭振,如果将每一个刚性转角的位置视为齿轮扭振的平衡位置,那么弹性转角的时间序列将反映齿轮的扭振特性。

小圆柱齿轮的齿形采用直齿渐开线,减-变速集成齿轮为正交轴结构。将两齿轮的弹性轮齿等效成线弹簧,在传动的任意瞬时,弹簧上的力与齿间啮合力方向相同。同时,圆柱齿轮和非圆面齿轮分别等效成回转半径为 r_{b1} 和 r_2 的集中转动惯量,其中 $r_{b1} = r_1 \cos \alpha$, α 为小圆柱齿轮的压力角,如图2所示。图2(a)中,等效弹簧的一端与半径为 r_{b1} 的小圆柱相切于点 B ,另一端与两齿轮的瞬心 M 相连, M 为非圆面齿轮节曲线上的点,其向径为 r_2 。

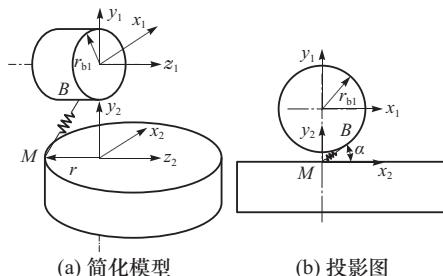


图2 减-变速集成齿轮的等效模型

Fig. 2 Equivalent model of the speed integrated gear

小圆柱齿轮与非圆面齿轮为点啮合传动^[5],由于小圆柱齿轮采用直渐开线齿廓,故齿面任意啮合点处的法向力均与小圆柱齿轮端面平行。

当两齿轮相对转动时,非圆面齿轮的向径 r 随其转角变化,等效弹簧的连接点 M 将沿 z_2 轴移动,为保证齿间法向力的作用线与小圆柱齿轮端面平行,等效弹簧的另一个连接点 B 也将沿 z_1 轴方向移动,故减-变速集成齿轮中的等效弹簧随齿轮的转动而直线移动,其位置由瞬心 M 决定。

两齿轮若按理论传动比 i_{12} 进行传动时,齿轮不会产生扭振,虽然等效弹簧进行水平移动,但其长度将保持恒定,故刚性转角不会引起等效弹簧相对位移 x 的变化, x 只与弹性转角有关。

考虑齿轮弹性转角的值非常小,进行如下假设:

① 弹性转角对非圆面齿轮瞬时向径无影响,向径 r 为关于时间 t 的函数;

② 齿轮发生弹性转动时,齿间法向力方向不变。

根据假设1,在任意瞬时,非圆面齿轮2可等效成半径为 $r_2(t)$ 的圆形面齿轮,当面齿轮产生弹性转角 q_2 时,相应等效弹簧上的相对位移为 $r_2(t)q_2 \cos \alpha$,同时考虑小圆柱齿轮的弹性转角 q_1 ,可得图2中等效弹簧的相对位移,也即齿间法向相对位移 x 为

$$x = r_{b1}q_1 - r_2(t)q_2 \cos \alpha. \quad (3)$$

2.2 时变瞬心的激励机理

机械结构在动态激励下会产生振动,但无论内部或外部激励,本质上都是通过力作用于机械结构而引起振动的。为研究时变瞬心对减-变速集成齿轮扭振形式的激励机理,以图1中的非圆面齿轮为研究对象,进行受力分析,则作用于该齿轮上的法向啮合力 F 为

$$F = k_m(t)x = k_m(t)[r_{b1}q_1 - r_2(t)q_2 \cos \alpha], \quad (4)$$

式中 k_m 为齿轮轮齿的综合啮合刚度。从式(4)中可以看出,即使刚度恒定,参数 r 也会引起齿间啮合力的变化,而参数 r_2 正是由时变瞬心决定的,所以时变瞬心将引起齿间法向相对位移的变化,从而产生动态啮合力对齿轮系统进行动态激励。

由齿间法向力可得作用于非圆面齿轮的扭矩 T 为

$$T = Fr_2(t)\cos \alpha = k_m(t)[r_{b1}q_1 - r_2(t)q_2 \cos \alpha]r_2(t)\cos \alpha. \quad (5)$$

从式(5)中发现,非圆面齿轮的扭矩随圆周力的力臂 r_2 周期变化,故时变瞬心还会通过改变齿轮圆

周力的力臂产生动态扭矩,进而激励齿轮产生扭转振动。

另外,由于非圆面齿轮为非匀速旋转,其自身还会产生惯性扭矩 T_a ,

$$T_a = I_2 \frac{d^2\theta_2}{dt^2} = I_2 \alpha(t), \quad (6)$$

式中: α 为非圆面齿轮角加速度; I_2 为非圆面齿轮转动惯量。因此瞬心变化使得从动非圆齿轮变速旋转,进而产生周期性内部惯性扭矩对系统产生动态激励。

通过以上分析可知,时变瞬心通过改变齿间相对法向位移、圆周力力臂以及产生动态惯性扭矩三种方式对齿轮系统进行激励。从激励性质上来看,前两种方式本质上是通过改变轮齿变形引起动态激励,属于位移型激励,而后一种属于由自身惯性力产生的周期力型激励。因此时变瞬心激励是一种包含不同激励性质的内部激励。

3 减-变速集成齿轮的扭振模型

3.1 两自由度扭振模型

齿轮副的扭转振动是齿轮最基本、最简单的振动形式,能够反映出齿轮系统的振动性质和特征,因此对减-变速集成齿轮的纯扭振进行研究。

在式(5)中,虽然中括号内、外的 $r_2(t)\cos\alpha$ 的意义不同,但结果相同,设 $r_{b2} = r_2(t)\cos\alpha$,则齿轮 1 对齿轮 2 的动态扭矩为

$$T = r_{b2}(t)k_m(t)[r_{b1}q_1 - r_{b2}(t)q_2]. \quad (7)$$

根据式(7)可建立减-变速集成齿轮的动力学模型,小圆柱齿轮等效成半径为 r_{b1} 的转动惯量,非圆面齿轮等效成向径为 r_{b2} 的非圆形转动惯量,两齿轮轮齿等效成弹簧和阻尼,啮合刚度和阻尼分别为 k_m 和 c_m ,轮齿误差为 $e(t)$,小圆柱齿轮上的主动扭矩为 T_1 ,非圆面齿轮上的阻力矩为 T_2 ,则其扭振模型如图 3 所示。

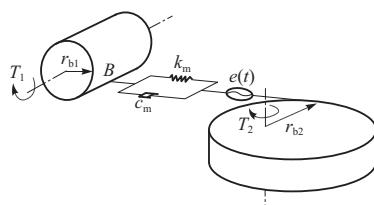


图 3 减-变速集成齿轮的动力学模型

Fig. 3 Dynamical model of the speed integrated gear

对式(3)求时间 t 的导数,可得等效阻尼的相对速度为

$$\dot{x} = r_{b1}\dot{q}_1 - r_{b2}\dot{q}_2 - \dot{r}_{b2}q. \quad (8)$$

根据达朗贝尔原理,建立以弹性转角为自变量的减-变速集成齿轮两自由度扭振方程为

$$\begin{cases} I_1\ddot{q}_1 + r_{b1}c_m(r_{b1}\dot{q}_1 - r_{b2}\dot{q}_2 - \dot{r}_{b2}q - \dot{e}) + \\ r_{b1}k_m(r_{b1}q_1 - r_{b2}q_2 - e) = T_1 - I_1\ddot{\theta}_1, \\ I_2\ddot{q}_2 - r_{b2}c_m(r_{b1}\dot{q}_1 - r_{b2}\dot{q}_2 - \dot{r}_{b2}q - \dot{e}) - \\ r_{b2}k_m(r_{b1}q_1 - r_{b2}q_2 - e) = -T_2 - I_2\ddot{\theta}_2. \end{cases} \quad (9)$$

当减-变速集成齿轮的传动比 i_{12} 以 θ_1 为自变量时,式(9)中的 $\ddot{\theta}_2$ 为

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{\ddot{\theta}_1 i_{12}(\theta_1) - \dot{\theta}_1^2 d i_{12}(\theta_1) / d\theta_1}{i_{12}^2(\theta_1)}. \quad (10)$$

3.2 单自由度扭振模型

为了便于分析时变瞬心与齿轮其它内部激励复合后对振动特性的影响规律,在式(9)的基础上,假设小圆柱齿轮按设定的角速度或角位移规律运转,不产生弹性转角,则将 $q_1 = 0$ 带入式(9),可得以非圆面齿轮弹性转角为自变量的单自由度扭振方程为

$$\begin{aligned} I_2\ddot{q}_2 + r_{b2}c_m(r_{b2}\dot{q}_2 + \dot{r}_{b2}q_2 + \dot{e}) + \\ r_{b2}k_m(r_{b2}q_2 + e) = -T_2 - I_2\ddot{\theta}_2. \end{aligned} \quad (11)$$

4 减-变速集成齿轮的扭振特性

4.1 基本参数

针对式(11)中的单自由度模型,基于数值方法求解不同参数下的动态响应,探索减-变速集成齿轮在时变瞬心复合激励下的扭振特性。以椭圆齿轮传动比作为减-变速集成齿轮的变速比 i_b ,则总传动比 i_{12} 为

$$i_{12} = i_j i_b = i_j \frac{1 + 2\varepsilon \cos(\omega_1 t / i_j) + \varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2}, \quad (12)$$

式中: ε 为偏心率; ω_1 为减变速集成齿轮的输入角速度。

由于非圆面齿轮的轮齿形状复杂而且各不相同,本文通过有限元法^[6],求解减-变速集成齿轮的综合啮合刚度曲线,在单双齿交替处,刚度曲线会发生阶跃性突变。由于非圆面齿轮与普通面齿轮结构相似,其重合度较大,而且为便于分析时变瞬心对齿轮振动特性的影响,对综合啮合刚度进行简化,忽略其傅里叶级数展开式的高次项,由正弦函数表示为

$$k_m = k_0 + k_r \sin(\omega_1 Z_1 t + \phi_m), \quad (13)$$

式中: k_0 为啮合刚度的平均值; k_r 为啮合刚度的幅值; ϕ_m 为相位角; Z_1 为小圆柱齿轮的齿数;轮齿的啮合阻尼 c_m 为

$$c_m = 2\xi \sqrt{\frac{k_{m1} I_1 I_2}{r_{b2}^2 I_1 + r_{b1}^2 I_2}}, \quad (14)$$

式中: ξ 为阻尼比; I_1, I_2 分别小圆柱齿轮和非圆面齿轮的转动惯量,计算中忽略误差激励的影响.

表1 减-变速集成齿轮的计算参数

Tab. 1 Parameters of the speed integrated gear

名称	小圆柱 齿轮转动 惯量 $I_1/$ ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	非圆面 齿轮转动 惯量 $I_2/$ ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	轮齿啮合 刚度平均值 $k_0/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	轮齿啮合 刚度幅值 $k_t/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	负载扭矩 $T_2/(\text{N} \cdot \text{m})$
数值	9.4×10^{-4}	0.014	3.1×10^8	0.9×10^8	40
名称	小圆柱齿轮 模数 m/mm	小圆柱齿轮 齿数 Z_1	减速比 i_j	压力角 α	阻尼比 ξ
数值	2.5	20	3.2	20°	0.01

4.2 时变瞬心复合激励下的多频响应特性

取 $\omega_1 = 80 \text{ rad/s}$, $\epsilon = 0.2$, 则瞬心激励频率 $f_1 = \omega_1 / (2\pi i_j) = 3.98 \text{ Hz}$, 轮齿啮合激励频率为 $f_2 = \omega_1 Z_1 / (2\pi) = 254.6 \text{ Hz}$. 根据式(11)可得到非圆面齿轮的节曲线向径 $r_2 = r_1 i_{12}$, 将该公式表示在直角坐标系中, 可得到时变瞬心振荡曲线, 如图4所示.

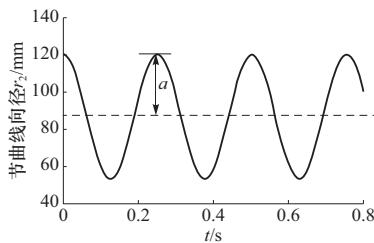


图4 瞬心振荡规律

Fig. 4 Vibrating rule of the instantaneous center

令初始条件为 $[q, \dot{q}] = [0, 0]$, 根据龙格-库塔法求解单自由度微分方程(11), 得到非圆面齿轮扭振的时域响应及幅频响应曲线如图5所示.

图5(a)为非圆面齿轮的时域响应, 在整体上呈现低频振动, 趋势与图4中的瞬心振荡规律相似, 频率与瞬心激励频率 f_1 相同. 而在局部上, 非圆面齿轮存在高频振动, 如图5(a)中的局部放大图所示, 该振动由时变刚度引起, 频率为 f_2 , 在瞬心不同位置处, 高频振动幅值也不同, 原因是时变瞬心不断改变圆周力臂和惯性扭矩, 引起非圆面齿轮动态扭矩发生周期变化, 最终导致不同瞬心处的高频振幅不同. 在时变瞬心和时变轮齿刚度复合激励下, 齿轮呈现高频和低频的复合振动形式, 而且高频振动的振幅随瞬心位置变化.

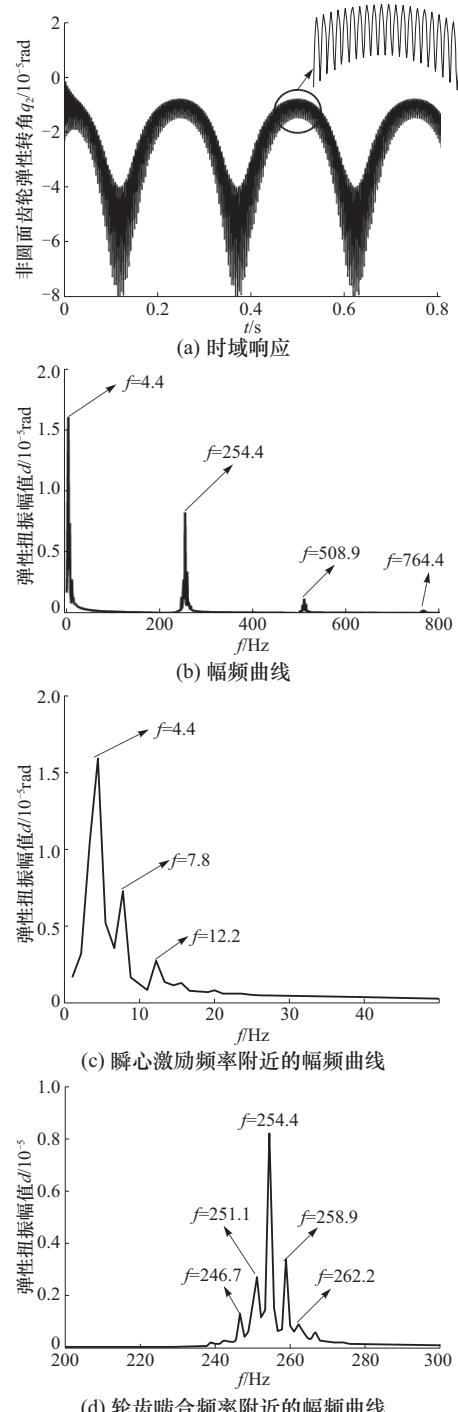


图5 含时变瞬心齿轮的动态响应

Fig. 5 Dynamical response with time-varying instantaneous center

将时域响应转化成幅频曲线, 如图5(b)和5(c)所示, 其中5(c)为瞬心频率附近的幅频曲线放大图. 从幅频曲线中发现: 在非圆面齿轮振动的频率成分中, 除了时变瞬心、刚度的激振频率 f_1, f_2 外, 还存在二者的倍频 nf_1 和 mf_2 (m, n 为正整数), 由于计算精度的原因, 1倍瞬心频率存在一定误差.

另外,放大图5(b)中啮合频率附近的幅频曲线,如图5(d)所示,发现非圆面齿轮的响应中还存在 $f_2 \pm f_1$ 和 $f_2 \pm 2f_1$ 的和、差型频率成分,该现象在 m 倍啮合频率附近也会出现。

因此在时变瞬心和刚度复合激励下,非圆面齿轮出现复杂的多频响应,包含基频 f_1 、 f_2 ,倍频 nf_1 、

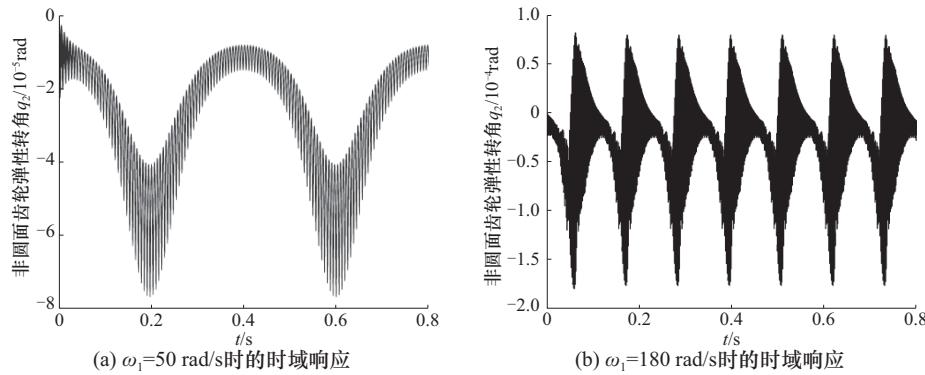


图6 不同瞬心激励频率下的时域响应

Fig. 6 Time domain response with different instantaneous center frequencies

随着瞬心激励频率的增大,非圆面齿轮弹性振动的幅值逐渐增大,振动加剧。理论上,当频率增大到一定程度,从动轮惯性扭矩的幅值大于阻力矩后将出现拍击现象,本例中 $\omega_1=250$ rad/s时,惯性扭矩幅值超过阻力矩 T_2 。但对于含时变瞬心的减-变速集成齿轮,当 $\omega_1=180$ rad/s时,虽然非圆面齿轮的惯性扭矩幅值未超过阻力矩,但它的弹性转角却出现正、负交替现象,若含有齿侧间隙,则齿轮将出现拍击振动。该振动行为主要是由于瞬心振荡过快,使得非圆面齿轮圆周力力臂和法向相对位移产生剧烈变化而引起的。类似于圆齿轮振动分析中,矩形波刚度的突变特征将引起齿轮弹性位移出现正负交替,因此为避免轮齿拍击,瞬心激励频率应远小于常规拍击门槛理论得到的值。

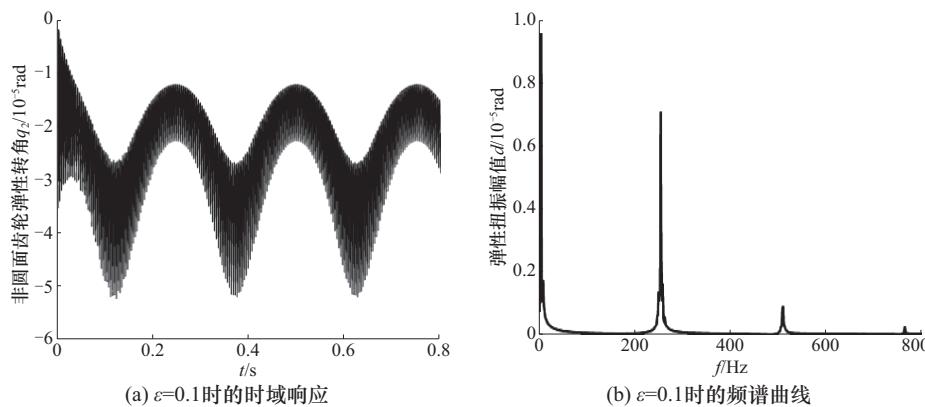


图7 $\epsilon=0.1$ 时的动态响应

Fig. 7 Dynamical response with $\epsilon=0.1$

mf_2 以及各频率的和、差型频率 $mf_2 \pm nf_1$ 。

4.3 时变瞬心频率对扭振的影响规律

时变瞬心的激励频率 $f_1=\omega_1/(2\pi i_j)$, 分别取 ω_1 的值为 50, 80 和 180 rad/s, 令偏心率不变, 取 $\epsilon=0.2$, 求解不同时变瞬心频率下非圆面齿轮的动态响应, 分别如图 6(a), 图 5(a)和图 6(b)所示。

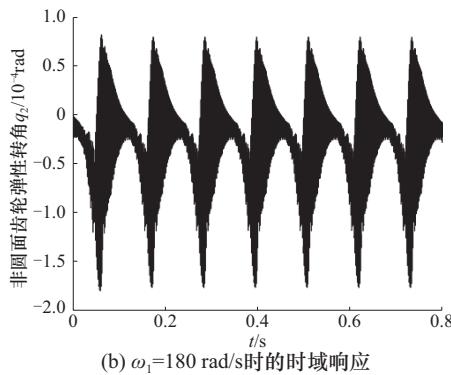


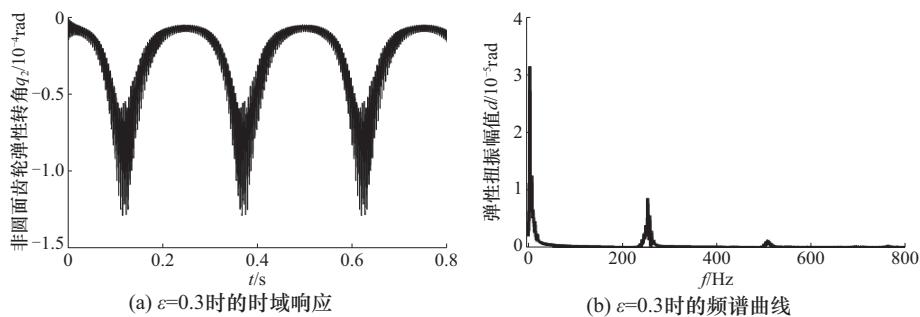
图6 不同瞬心激励频率下的时域响应

Fig. 6 Time domain response with different instantaneous center frequencies

4.4 时变瞬心幅值对扭振的影响规律

图 4 中的 a 代表时变瞬心的幅值, 当小圆柱齿轮的节圆直径 r_1 和减速比 i_j 一定时, a 仅与传动比中的偏心率 ϵ 有关, 分别 ϵ 的值为 0.1, 0.2 和 0.3, 转速不变, 取 $\omega_1=80$ rad/s, 求解不同时变瞬心幅值下非圆面齿轮的动态响应和幅频曲线, 如图 5、图 7 和图 8 所示。

从时域曲线中可看出, 随着瞬心幅值(偏心率)的增大, 非圆面齿轮的弹性转角分别为 5.2×10^{-5} , 7.9×10^{-5} 和 1.3×10^{-4} rad, 振幅扩大两倍, 振动加剧。从频谱曲线可看出, 随着瞬心幅值的增大, 由时变瞬心引起的振动幅值分别为 9.5×10^{-6} , 1.6×10^{-5} 和 3.1×10^{-5} rad, 振幅显著增加, 而由时变刚度引起的振动几乎无变化。故随瞬心幅值增大, 齿轮振动加剧, 而且瞬心激励对齿轮振动的影响将

图 8 $\epsilon=0.3$ 时的动态响应Fig. 8 Dynamical response with $\epsilon=0.3$

超过刚度激励,成为减-变速集成齿轮振动的主要因素.

5 结 论

以新型减-变速集成齿轮为研究对象,针对其特殊的动态激励形式,给出该齿轮动力学建模方法,通过定量分析得到其动态啮合性质.

① 减-变速集成齿轮中的时变瞬心激励是一种位移型和周期力型复合的内部激励,它通过改变齿间相对法向位移、圆周力力臂以及产生动态惯性扭矩三种方式对齿轮系统进行激励.

② 含时变瞬心激励的齿轮系统将产生复杂的多频响应特性,频率成分中不仅含有瞬心激励的低频、轮齿啮合的高频,还含有二者倍频,以及各频率间的和、差型频率.

③ 随着瞬心激励频率和幅值的增大,减-变速集成齿轮的弹性振动均加剧,瞬心频率增加易引起拍击现象,而瞬心幅值增加会使得瞬心激励引起的振动逐渐超过刚度激励引起的振动,故大偏心率的减变速集成齿轮扭振的主要原因是瞬心激励.

参考文献:

- [1] Huang K J, Chen S C, Komsuoglu H, et al. Design and performance evaluation of a bio-inspired and single-motor-driven hexapod robot with dynamical gaits[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, Transactions of the ASME, 2015, 7(3):031017.
- [2] Liu Dawei, Wang Guohui, Ren Tingzhi. Transmission principle and geometrical model of eccentric face gear [J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 109: 51 - 64.
- [3] 刘大伟,任廷志,金昕.减变速一体化齿轮啮合原理的研究[J].机械工程学报,2016,52(15):1-7.

Liu Dawei, Ren Tingzhi, Jin Xin. Meshing theory of speed integration gear[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(15): 1 - 7. (in Chinese)

- [4] Okada M, Takeda Y. Synthesis and evaluation of non-circular gear that realizes optimal gear ratio for jumping robot[C] // Proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems. [S. l.]: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2013: 5524 - 5529.
- [5] 叶秉良,朱浩,俞高红,等.旋转式水稻钵苗移栽机构动力学分析与试验[J].农业机械学报,2016,47(5):53 - 61.
Ye Bingliang, Zhu Hao, Yu Gaohong, et al. Dynamics analysis and tests of rotary transplanting mechanism for rice pot-seedling[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47 (5): 53 - 61. (in Chinese)
- [6] 刘大伟,任廷志,巴延博,等.基于弹性转角分离的非圆齿轮扭振模型及其动态特性[J].振动与冲击,2016, 35(23):228 - 233.
Liu Dawei, Ren Tingzhi, Ba Yanbo, et al. Torsional vibration model and its dynamic characteristics for a non-circular gear based on separation of elastic rotating angle [J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(23): 228 - 233. (in Chinese)
- [7] 陈志勇,毛阳,史文库,等.基于双质量飞轮的启停工况传动系扭振研究[J].北京理工大学学报(自然科学版), 2016,36(1):42 - 47.
Chen Zhiyong, Mao Yang, Shi Wenku, et al. Research on torsional vibration of powertrain with dual mass flywheel in start-stop conditions[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2016, 36 (1): 42 - 47. (in Chinese)

(责任编辑:孙竹凤)