

# 一种极化鲁棒自适应子空间检测算法

刘志文，杨磊磊，徐友根

(北京理工大学信息与电子学院,北京 100081)

**摘要：**提出一种高斯杂波和噪声背景下的极化鲁棒自适应检测算法。因阵列校正误差、波束指向误差等因素引起的目标标称导向矢量与真实的不一致,可能会导致检测性能下降。通过在目标标称导向矢量子空间增加一些矢量,提出一种基于子空间的对模型失配鲁棒的检测算法。仿真结果表明,当目标导向矢量误差较大时,算法仍能取得较好的检测性能。

**关键词：**极化；子空间检测；导向矢量失配

**中图分类号：**TN959.1      **文献标志码：**A      **文章编号：**1001-0645(2018)11-1188-05

**DOI：**10.15918/j.tbit.1001-0645.2018.11.014

## A Polarimetric Robust Adaptive Subspace Detector

LIU Zhi-wen, YANG Lei-lei, XU You-gen

(School of Information and Electronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** A method of polarimetric robust adaptive target detection in Gaussian clutter and noise was presented. There potentially exist many reasons, such as imperfectly calibrated arrays, pointing errors, etc., which may lead to the detection loss due to the mismatch between the presumed target steering vector and the actual one. A subspace based robust detector against model imperfection was proposed by adding some steering vectors close to the presumed one in the subspace constraint. Simulation results show that the proposed method performs well in the case of large target steering vector error.

**Key words:** polarimetric; subspace detection; steering vector mismatch

利用极化敏感阵列提高雷达目标检测性能近年来引起广泛关注。当目标慢速运动或静止时,目标与杂波在角度域和多普勒域无法区分,利用极化域的差异,可显著提高雷达目标检测能力。文献[1-2]中对极化信息在雷达中的应用做了系统性的研究。20世纪90年代,美国纽约州立大学Park博士等<sup>[3]</sup>提出极化-空-时广义似然比检测(polarization-space-time generalized likelihood ratio test, PST-GLRT)方法,该算法利用了极化信息,与没有利用极化信息的空-时广义似然比检测方法相比,大幅提升了检测性能。文献[4-5]中提出了基于两步GLRT

的极化自适应匹配滤波器(polarimetric adaptive matched filter, PAMF),运算量与PST-GLRT算法相比较小,检测性能与PST-GLRT方法相近;文献[6]中研究了极化信息在分布式目标检测方面的应用;文献[7]中提出了针对严重非匀质杂波的极化检测算法;文献[8-9]分别推导了抗高斯杂波和非高斯杂波的完全自适应极化相干雷达目标检测方法;文献[10-11]推导了自适应旁瓣相消器,提高了旁瓣抑制能力;文献[12]提出了自适应信号子空间检测器。

上述几种检测算法假设雷达目标的标称导向矢

收稿日期：2016-12-20

基金项目：国家自然科学基金资助项目(61490691, 61331019)

作者简介：刘志文(1962—),男,教授,博士生导师,E-mail: zwliu@bit.edu.cn.

通信作者：徐友根(1975—),男,教授,博士生导师,E-mail: yougenxu@bit.edu.cn.

量和真实导向矢量一致,然而实际阵列雷达存在天线指向误差、阵元位置误差、通道失配等模型误差。在实际应用中,如果不考虑模型误差,检测性能可能会有所下降<sup>[13-17]</sup>。文献[14]通过引入可调参数,提出了在失配条件下鲁棒性可灵活调整的修正 Rao 检验。文献[15]提出一种将导向矢量约束在线性子空间的算法,该算法与 GLRT 相比,提升了检测性能。文献[16—17]提出了基于二阶锥约束的广义似然比检测(second-order cone generalized likelihood ratio test, SOC-GLRT) 算法,该算法将导向矢量约束在以标称导向矢量为中心的锥内,利用凸优化算法,求得检验统计量。

文献[15—17]为标量阵列的鲁棒检测算法,极化敏感阵列的鲁棒检测算法研究较少。本文研究针对极化敏感阵列的鲁棒检测算法,通过在目标标称导向矢量附近增加一些矢量到目标信号子空间,使得检测器对真实的信号导向矢量更为鲁棒。具体包括极化子空间广义似然比检测器(polarimetric subspace GLRT, PS-GLRT) 和极化子空间自适应匹配滤波器(polarimetric subspace AMF, PS-AMF),本文推导了检验统计量,仿真分析了不同程度失配误差对检测性能的影响,分析了所提算法与已有算法的复杂度。

## 1 信号模型

考虑配备  $N$  个双通道传感器的均匀线阵,H 通道水平极化,V 通道垂直极化,二元检验假设为

$$\begin{aligned} H_0: & \begin{cases} \mathbf{x} = \mathbf{c} \\ \mathbf{x}_s(k) = \mathbf{c}_s(k), k = 1, 2, \dots, K \end{cases}, \\ H_1: & \begin{cases} \mathbf{x} = \mathbf{S}\mathbf{a} + \mathbf{c} \\ \mathbf{x}_s(k) = \mathbf{c}_s(k), k = 1, 2, \dots, K \end{cases}. \quad (1) \end{aligned}$$

式中  $H_0, H_1$  分别表示待检测单元没有目标和有目标的情况; $\mathbf{x}$  表示待检测单元接收的极化空时数据; $\mathbf{x}_s(k) (k=1, 2, \dots, K)$  表示  $K$  组独立同分布训练数据; $\mathbf{a} = [a_H^\top \ a_V^\top]^\top$  表示目标信号极化 H 通道和 V 通道的幅度和相位信息,( $\cdot$ )<sup>T</sup> 表示转置; $\mathbf{c} = [c_H^\top \ c_V^\top]^\top$  表示 H 通道和 V 通道的杂波与噪声,假设杂波和噪声服从零均值且协方差矩阵为  $\mathbf{R}$  的复高斯分布; $\mathbf{S} = \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{s}$ ,其中, $\mathbf{I}_2$  为二阶单位阵, $\otimes$  表示 Kronecker 积, $\mathbf{s}$  为标称的目标空时导向矢量, $\mathbf{s}$  可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{s} = & \\ [1 & \exp(j2\pi f_s) \ \cdots \ \exp(j2\pi(N-1)f_s)]^\top / \sqrt{N}. \quad (2) \end{aligned}$$

式中: $f_s = d \cos \theta \cos \varphi / \lambda$ , $(\theta, \varphi)$  为波束指向; $d$  为阵元间距; $\lambda$  为雷达工作波长。

然而真实的情形中,存在波束指向误差等因素导致目标回波信号真实的导向矢量与标称的导向矢量  $\mathbf{s}$  不一致,假设真实的导向矢量为  $\mathbf{s}_i$ ,则  $\mathbf{s}_i$  可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_i = & \\ [1 & \exp(j2\pi f_{si}) \ \cdots \ \exp(j2\pi(N-1)f_{si})]^\top / \sqrt{N}. \quad (3) \end{aligned}$$

式中, $f_{si} = d \cos \theta_i \cos \varphi_i / \lambda$ , $(\theta_i, \varphi_i)$  为目标回波信号真实来向。

## 2 检测器设计

考虑到存在目标导向矢量失配的情形,对目标信号的子空间进行扩展。没有误差时,目标信号的子空间  $\mathbf{S} = \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{s}$ ,存在误差时,重新构造目标信号子空间,假设一些在标称导向矢量周围的有偏差的导向矢量,此时,目标信号子空间用  $\boldsymbol{\Omega}$  表示, $\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{I}_2 \otimes [\mathbf{s}_1 \ \mathbf{s} \ \mathbf{s}_2]$ ,其中

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_1 = & \\ [1 & \exp(j2\pi f_{s1}) \ \cdots \ \exp(j2\pi(N-1)f_{s1})]^\top / \sqrt{N}. \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_2 = & \\ [1 & \exp(j2\pi f_{s2}) \ \cdots \ \exp(j2\pi(N-1)f_{s2})]^\top / \sqrt{N}. \quad (5) \end{aligned}$$

式中: $f_{s1} = d \cos \theta_1 \cos \varphi_1 / \lambda$ , $f_{s2} = d \cos \theta_2 \cos \varphi_2 / \lambda$ , $(\theta_1, \varphi_1)$  和  $(\theta_2, \varphi_2)$  为假设的目标回波信号可能来向。

二元假设检验可写为

$$\begin{aligned} H_0: & \begin{cases} \mathbf{x} = \mathbf{c} \\ \mathbf{x}_s(k) = \mathbf{c}_s(k), k = 1, 2, \dots, K \end{cases}, \\ H_1: & \begin{cases} \mathbf{x} = \boldsymbol{\Omega}\mathbf{b} + \mathbf{c} \\ \mathbf{x}_s(k) = \mathbf{c}_s(k), k = 1, 2, \dots, K \end{cases}. \quad (6) \end{aligned}$$

式中, $\mathbf{b} = [\mathbf{b}_H^\top \ \mathbf{b}_V^\top]^\top$  表示目标信号 H 通道和 V 通道的幅度和相位信息。

$H_1$  假设下,待检测单元接收数据与训练数据的联合概率密度函数为

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{x}_s(1), \dots, \mathbf{x}_s(K) | H_1) = \left\{ \frac{1}{\pi^{2N} |\mathbf{R}|} \exp(-\text{tr}(\mathbf{R}^{-1} \mathbf{T}_1)) \right\}^{K+1}. \quad (7)$$

式中 $|\cdot|$  表示行列式; $\text{tr}(\cdot)$  表示矩阵的迹,

$$\mathbf{T}_1 = \frac{1}{K+1} [(\mathbf{x} - \boldsymbol{\Omega}\mathbf{b})(\mathbf{x} - \boldsymbol{\Omega}\mathbf{b})^\text{H} + \sum_{k=1}^K \mathbf{x}_s(k)\mathbf{x}_s^\text{H}(k)]. \quad (8)$$

式中 $(\cdot)^H$ 表示共轭转置.

$H_0$ 假设下,待检测单元接收数据与训练数据的联合概率密度函数为

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{x}_s(1), \dots, \mathbf{x}_s(K) | H_0) = \left\{ \frac{1}{\pi^{2N} |\mathbf{R}|} \exp(-\text{tr}(\mathbf{R}^{-1} \mathbf{T}_0)) \right\}^{K+1}. \quad (9)$$

式中

$$\mathbf{T}_0 = \frac{1}{K+1} [\mathbf{x}\mathbf{x}^H + \sum_{k=1}^K \mathbf{x}_s(k)\mathbf{x}_s^H(k)]. \quad (10)$$

利用最大似然算法估计式(7)(9)中的协方差矩阵 $\mathbf{R}$ ,可得 $\hat{\mathbf{R}}_1 = \mathbf{T}_1$ , $\hat{\mathbf{R}}_0 = \mathbf{T}_0$ .

广义似然比检验为

$$\frac{\max_{\mathbf{R}, b} f(\mathbf{x}, \mathbf{x}_s(1), \dots, \mathbf{x}_s(K) | H_1)}{\max_{\mathbf{R}} f(\mathbf{x}, \mathbf{x}_s(1), \dots, \mathbf{x}_s(K) | H_0)} \gtrless \eta_0. \quad (11)$$

式中 $\eta_0$ 为检测门限. 将式(7)~(10)代入式(11)可得

$$\max_b \frac{|\mathbf{x}\mathbf{x}^H + \hat{\mathbf{R}}|}{|(\mathbf{x} - \boldsymbol{\Omega}\mathbf{b})(\mathbf{x} - \boldsymbol{\Omega}\mathbf{b})^H + \hat{\mathbf{R}}|} \gtrless \eta_1. \quad (12)$$

式中 $\eta_1$ 为修正后的检测门限. 其中

$$\hat{\mathbf{R}} = \sum_{k=1}^K \mathbf{x}_s(k)\mathbf{x}_s^H(k). \quad (13)$$

根据文献[18]中的定理A3.1可知

$$|\mathbf{x}\mathbf{x}^H + \hat{\mathbf{R}}| = |\hat{\mathbf{R}}| |\hat{\mathbf{R}}^{-1/2} \mathbf{x}\mathbf{x}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1/2} + \mathbf{I}| = |\hat{\mathbf{R}}| \left| \begin{array}{cc} 1 & -\mathbf{x}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1/2} \\ \hat{\mathbf{R}}^{-1/2} \mathbf{x} & \mathbf{I} \end{array} \right| = |\hat{\mathbf{R}}| |1 + \mathbf{x}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{x}|. \quad (14)$$

同理可得

$$|(\mathbf{x} - \boldsymbol{\Omega}\mathbf{b})(\mathbf{x} - \boldsymbol{\Omega}\mathbf{b})^H + \hat{\mathbf{R}}| = |\hat{\mathbf{R}}| |1 + (\mathbf{x} - \boldsymbol{\Omega}\mathbf{b})^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\Omega}\mathbf{b})|. \quad (15)$$

将式(14)~(15)代入式(12)可得

$$\frac{1 + \mathbf{x}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{x}}{1 + \min_b (\mathbf{x} - \boldsymbol{\Omega}\mathbf{b})^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\Omega}\mathbf{b})} \gtrless \eta_1. \quad (16)$$

根据最小二乘估计(least square estimation,LSE)可知, $\min_b (\mathbf{x} - \boldsymbol{\Omega}\mathbf{b})^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\Omega}\mathbf{b})$ 中, $\mathbf{b}$ 的最小二乘估计为

$$\hat{\mathbf{b}}_{\text{LSE}} = (\boldsymbol{\Omega}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \boldsymbol{\Omega})^{-1} \boldsymbol{\Omega}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{x}. \quad (17)$$

将式(17)代入式(16)可知,PS-GLRT的检验

统计量为

$$t_{\text{PS-GLRT}} = \frac{\mathbf{x}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \boldsymbol{\Omega} (\boldsymbol{\Omega}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \boldsymbol{\Omega})^{-1} \boldsymbol{\Omega}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{x}}{1 + \mathbf{x}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{x}}. \quad (18)$$

类似地,先假设 $\mathbf{R}$ 已知,得到检验表达式后,用最大似然估计 $\hat{\mathbf{R}}$ 代替 $\mathbf{R}$ ,可得PS-AMF的检验统计量为

$$t_{\text{PS-AMF}} = \mathbf{x}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \boldsymbol{\Omega} (\boldsymbol{\Omega}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \boldsymbol{\Omega})^{-1} \boldsymbol{\Omega}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{x}. \quad (19)$$

### 3 性能评估

#### 3.1 仿真参数设置

假设极化阵列为配备16个双通道传感器的均匀线阵,H通道水平极化,V通道垂直极化,快拍数 $K=40$ ,阵元间距为波长的 $1/2$ ,阵列波束指向为 $(30^\circ, 0^\circ)$ ,H通道相位领先V通道 $90^\circ$ ,杂波极化度(clutter degree of polarization,CDP) $\rho=0.90$ ,虚警概率 $P_{\text{FA}}=10^{-3}$ ,目标方向为波束指向.通过蒙特卡洛实验来确定检测门限和检测概率.

假设H通道发射、H通道接收为HH极化,V通道发射、V通道接收为VV极化,HH和VV极化杂波协方差矩阵分别表示为 $\mathbf{C}_{\text{HH}}$ 和 $\mathbf{C}_{\text{VV}}$ ,假设 $\mathbf{C}_{\text{HH}}=\mathbf{C}_{\text{VV}}, E\{\mathbf{c}_{\text{H}}\mathbf{c}_{\text{V}}^H\}=\delta\mathbf{C}_{\text{HH}}$ ,其中 $\delta$ 为H通道与V通道相关系数.杂波和噪声协方差矩阵可表示为

$$\mathbf{R} = \sigma_c^2 \begin{bmatrix} 1 & \delta \\ \delta^* & 1 \end{bmatrix} \otimes \mathbf{C}_{\text{HH}}. \quad (20)$$

式中 $\sigma_c^2$ 表示杂波和噪声的功率.假设杂波和噪声为圆极化,且H通道相位领先V通道相位 $90^\circ$ ,H通道的杂波协方差矩阵为指数形状,即 $\mathbf{C}_{\text{HH}}$ 的第 $(i,j)$ 个元素为

$$\mathbf{C}_{\text{HH}}(i,j) = 2\sigma_c^2 \rho_c^{|i-j|}. \quad (21)$$

仿真实验中设置 $\rho_c=0.9, \sigma=1$ .

#### 3.2 检测性能对比

重新构造目标信号子空间,在标称导向矢量空间增加角度为 $(35^\circ, 0^\circ)$ 和 $(25^\circ, 0^\circ)$ 的矢量.将文献[16]中SOC-GLRT算法直接推广到极化域,命名为SOC-PGLRT.从图1可以看出,匹配条件下,检测性能最好的是PST-GLRT,SOC-PGLRT的性能略优于PS-GLRT和PS-AMF.图1~4表明随着误差的逐步增加,PST-GLRT和PAMF检测器的性能下降明显,而PS-GLRT,PS-AMF检测器的性能较为鲁棒,SOC-PGLRT的性能下降较PS-GLRT和PS-AMF快.当误差增加到 $10^\circ \sim 20^\circ$ 时,PS-GL-

RT 和 PS-AMF 检测器性能下降约 5 dB, SOC-PGLRT 和 PAMF 算法性能下降约 15 dB, PST-GLRT 算法失效。可以看出, 所提 PS-GLRT 和 PS-AMF 算法在误差较大时, 仍能取得较好的检测性能。

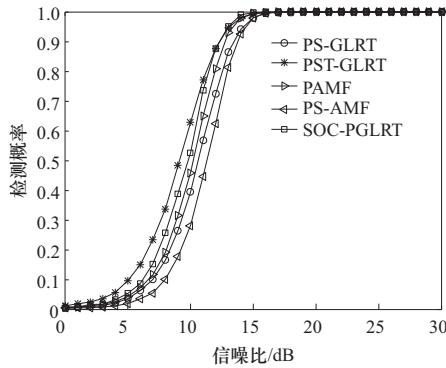


图 1 匹配条件下的检测概率随信噪比变化曲线

Fig. 1 Detection probability vs. signal-to-noise ratio (SNR) in the matched case

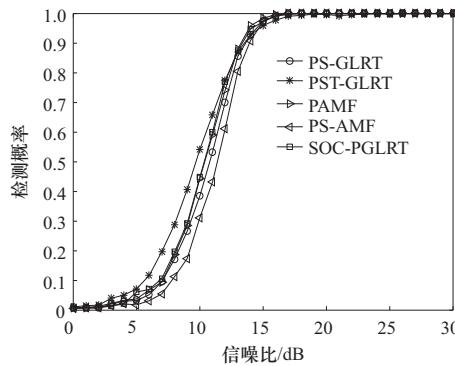


图 2 失配角度为 0°~5°时的检测概率随信噪比变化曲线

Fig. 2 Detection probability vs. SNR when the mismatch angle is 0°~5°

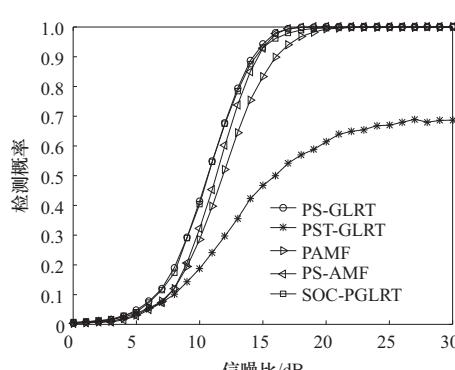


图 3 失配角度为 5°~10°时的检测概率随信噪比变化曲线

Fig. 3 Detection probability vs. SNR when the mismatch angle is 5°~10°

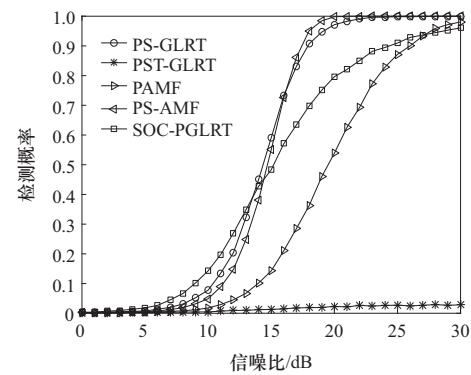


图 4 失配角度为 10°~20°时的检测概率随信噪比变化曲线

Fig. 4 Detection probability vs. SNR when the mismatch angle is 10°~20°

### 3.3 复杂度分析

表 1 为了考虑上述 5 种算法较为耗时步骤的复杂度和计算机的运行时间。对于 PST-GLRT 和 PAMF 算法, 杂波和噪声协方差矩阵的复杂度为  $O(4KN^2)$ , 协方差矩阵求逆的复杂度为  $O(8N^3)$ <sup>[15]</sup>, 考虑到  $K$  较大而  $N$  较小, 这里没有将  $O(4KN^2)$  舍掉。PST-GLRT 比 PAMF 要多计算一项  $(1 + \mathbf{x}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{x})$ , 所以 PAMF 运行时间比 PST-GLRT 运算时间短。

表 1 算法复杂度对比

Tab. 1 Comparison of algorithm complexity

| 算法        | 复杂度                               | 运行时间/s |
|-----------|-----------------------------------|--------|
| PST-GLRT  | $O(4KN^2 + 8N^3)$                 | 0.431  |
| PAMF      | $O(4KN^2 + 8N^3)$                 | 0.392  |
| PS-GLRT   | $O(4KN^2 + 8N^3 + 8(\kappa+1)^3)$ | 0.445  |
| PS-AMF    | $O(4KN^2 + 8N^3 + 8(\kappa+1)^3)$ | 0.418  |
| SOC-PGLRT | $O(4KN^2 + 32N^3/3)$              | 0.553  |

PS-GLRT 和 PS-AMF 算法需要多计算一项  $(\Omega^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \Omega)^{-1}$ , 该项的复杂度为  $O(8(\kappa+1)^3)$ , 当插入矢量的个数  $\kappa$  增大时, 复杂度也会随之增加。PS-GLRT 比 PS-AMF 要多计算一项  $(1 + \mathbf{x}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{x})$ , 所以 PS-AMF 运行时间较 PS-GLRT 运算时间短。SOC-PGLRT 算法主要涉及杂波噪声协方差矩阵计算, 求逆, 白化运算以及凸优化运算, 其中白化运算主要包括 Choleskey 分解, 其复杂度为  $O(8N^3/3)$ <sup>[19]</sup>。为了降低运算复杂度, 可利用拉格朗日乘数法求出闭式解来代替凸优化运算<sup>[17]</sup>。

计算机设备采用 Intel Core i7-6700 处理器, 8 G 内存, 仿真软件采用 Matlab 2016a。从 1 000 次

独立实验运行时间可以看出所提 PS-GLRT、PS\_AMF 算法运算时间与 PST-GLRT、PAMF、SOC-PGLRT 在一个量级,且运行时间比 SOC-PGLRT 算法短。

## 4 结 论

文中针对信号导向矢量误差提出了极化子空间检测算法 PS-GLRT 和 PS-AMF。重新设计了目标信号子空间,通过在目标标称导向矢量子空间增加一些矢量来减小匹配滤波时信号的损失,从而提高失配信号检测能力。增加目标信号子空间维数的同时,使得系统的自由度降低,从而牺牲了部分检测性能。当目标角度失配较大时,传统不考虑模型失配算法的性能下降较为明显,PS-GLRT 和 PS-AMF 能够取得较好的检测性能,且运算时间比 SOC-PGLRT 短,具有实际应用价值。

### 参考文献:

- [1] Giuli D G. Polarization diversity in radars[J]. Proceedings of the IEEE, 1986, 74: 245–269.
- [2] Novak L M, Sechtin M B, Cardullo M J. Studies of target detection algorithms that use polarimetric radar data[J]. IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems, 1989, 25: 150–165.
- [3] Park H, Li J, Wang H. Polarization-space-time domain generalized likelihood ratio detection of radar targets[J]. Signal Processing, 1995, 41: 153–164.
- [4] De Maio A, Ricci G. A polarimetric adaptive matched filter[J]. Signal Processing, 2001, 81: 2583–2589.
- [5] 吴迪军,徐振海,张亮,等. 极化空时自适应匹配滤波器[J]. 电子学报,2013,41(4):744–750.  
Wu Dijun, Xu Zhenhai, Zhang Liang, et al. Polarization-space-time adaptive matched filter detector [J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(4): 744–750. (in Chinese)
- [6] De Maio A. Polarimetric adaptive detection of range-distributed targets[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(9): 2152–2159.
- [7] Hurtado M, Nehorai A. Polarimetric detection of targets in heavy inhomogeneous clutter[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(4): 1349–1361.
- [8] Pastina D, Lombardo P, Bucciarelli T. Adaptive polarimetric target detection with coherent radar Part I: detection against Gaussian background[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 37(4): 1194–1206.
- [9] Lombardo P, Pastina D, Bucciarelli T. Adaptive polarimetric target detection with coherent radar Part II: detection against Non-Gaussian background [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 37(4): 1207–1220.
- [10] Bandiera F, Orlando D, Ricci G. A subspace-based adaptive sidelobe blunker[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(9): 4141–4151.
- [11] Bandiera F, Besson O, Orlando D, et al. An improved adaptive sidelobe blunker[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(9): 4152–4161.
- [12] Kraut S, Schare L L, Mcwhorter L T. Adaptive subspace detector[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(1): 1–16.
- [13] Heng L C, Aboutanios E, Mulgrew B. Adaptive array detection algorithms with steering vector mismatch[C]// European Signal Processing Conference. Florence, Italy: [s. n.], 2006: 1–5.
- [14] Liu J, Liu W, Chen B, et al. Modified Rao test for multi-channel adaptive signal detection[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(3): 714–725.
- [15] Besson O. Detection of a signal in linear subspace with bounded mismatch[J]. IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems, 2006, 42(3): 1131–1139.
- [16] De Maio A. Robust adaptive radar detection in the presence of steering vector mismatches[J]. IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems, 2005, 41(4): 1322–1337.
- [17] Bandiera F, De Maio A, Ricci G. Adaptive CFAR radar detection with conic rejection[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(6): 2533–2541.
- [18] Anderson T W. An introduction to multivariate statistical analysis [M]. 2nd ed. New York: Wiley, 1984.
- [19] Boyd S. Convex optimization [M]. New York: Cambridge University Press, 2004.

(责任编辑:刘芳)