

摆动输出活齿凸轮机构齿形设计与啮合力分析

李剑锋, 于洋, 张雷雨, 赵宏伟

(北京工业大学 机械工程与应用电子技术学院, 北京 100124)

摘 要: 为将匀速旋转输入运动转化为非匀速往复摆动输出运动, 设计了可实现连续和间歇往复摆动输出的活齿凸轮机构的理论齿形, 推导了激波盘和摆动盘封闭槽的工作廓面方程. 在此基础上, 根据力/矩平衡、赫兹定理建立了啮合副接触力分析的模型及其算法, 并以相同负载和等摆角输出为例, 分析了不同传动钢球数目和不同输出运动规律下活齿凸轮机构的啮合力特性, 得到的结果为摆动输出活齿凸轮机构的承载能力分析、传动刚度估计和结构参数设计提供了依据.

关键词: 凸轮机构; 活齿; 摆动输出; 齿形方程; 啮合力分析

中图分类号: TH132 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-0645(2018)11-1111-09

DOI: 10.15918/j.tbit.1001-0645.2018.11.003

Teeth Profile Design and Meshing Force Analysis of the Swing Output Cam Mechanism with Movable Teeth

LI Jian-feng, YU Yang, ZHANG Lei-yu, ZHAO Hong-wei

(College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: In order to transform constant rotation motion into variable oscillation traverse output motion, a theoretical tooth profile, which could realize to output oscillation traverse motion in continuous or batch process, was designed, and then the working profile equations were derived for enclosed slot of actuating plate and the swing plate. On this basis, contact force models and algorithms of meshing pair were established in the light of force/torque balance equation and theory of Hertz, and taking the same load and equal swing angle as the example, the characteristics of meshing force of cam mechanism with movable teeth in the condition of different steel ball numbers and various motion laws were analyzed. The acquired result of meshing force analysis can be adopted as the theoretical basis for bearing capacity analysis, stiffness estimation, as well as structure design of the swing output cam mechanism with movable teeth.

Key words: cam mechanism; movable teeth; swinging output; teeth profile equation; meshing force analysis

钢球活齿传动是一种以钢球为中介体传递两轴间动力和回转运动的机械传动形式, 现有研究的活齿凸轮机构主要用于实现连续的匀转速输入-输出运动. 为了满足实际工况中对各种非匀速摆动输出

运动规律的需求, 可以通过改变摆动盘端面封闭槽的齿形, 将匀转速输入运动转化为多种形式的往复摆动输出运动. 与其他活齿凸轮机构不同的是摆动输出活齿凸轮机构的输入和输出转角不满足定速比

收稿日期: 2017-06-21

基金项目: 国家“八六三”计划项目(2011AA04A101)

作者简介: 李剑锋(1964—), 男, 教授, 博士生导师, E-mail: lijianfeng@bjut.edu.cn.

通信作者: 于洋(1990—), 男, 硕士生, E-mail: 306442534@qq.com.

条件,是一种典型的变速比传动机构.这种传动形式综合了钢球活齿传动和凸轮机构传动的特点,具有结构紧凑、承载力强和可输出不同摆动运动规律等优点,适用于农业机械、纺织机械和印刷机械等工程领域.摆动输出活齿凸轮机构的传动原理如图1所示.当活齿架固定,激波盘作匀速旋转时,激波盘封闭槽齿形推动钢球与摆动盘封闭槽齿形相接触啮合,钢球在沿活齿架径向槽移动的同时推动摆动盘作非匀速摆动运动,从而在两轴之间将连续的整周匀转速输入运动转化为往复的变速摆动输出运动.

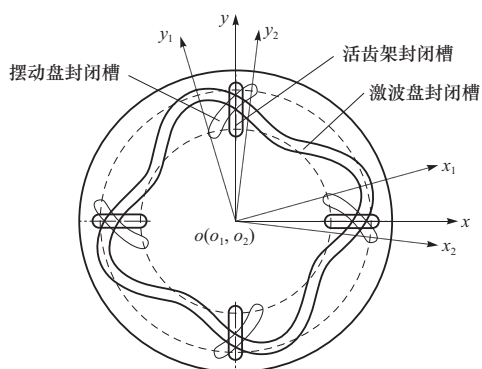


图1 摆动输出活齿凸轮机构啮合原理图

Fig. 1 Meshing principle diagram of the CAM mechanism with movable teeth for swing output

根据输入-输出运动规律的不同,活齿凸轮传动机构可分为恒速比传动和变速比传动两大类.在恒速比传动方面,张佑林等^[1]提出一种活齿端面谐波齿轮传动装置,介绍了装置的传动原理和结构组成,给出了传动比的计算方法.安子军等^[2]基于5次多项式类曲线的齿形设计方法,提出一种能实现任意齿差等速共轭传动,并通过示例验证了传动效果.

在变速比传动方面,刘大伟等^[3]提出用非圆曲线代替普通面齿轮节圆的设想,给出了非匀速活齿机构连续传动的判定条件和活齿齿廓的数学模型. Lin等^[4]分析了由一种特殊面齿轮和直齿椭圆齿轮组成的空间变速比齿轮副,能够实现较高精度的变速比传动.

为了改善传动性能、降低磨损和噪音,研究者还对活齿传动的啮合副受力特征进行了深入研究.安子军等^[5]对精密钢球啮合副的力学性能进行了深入研究,建立了啮合副非线性力学模型,提出利用啮合点刚度系数求解法向力和弹性回差的方法.

综上所述,现有活齿凸轮机构的接触力特性研究主要针对恒定转速输入-输出传动形式,而非匀速摆动输出活齿凸轮机构的接触力分析则少有涉及.

本文设计了连续和间歇往复摆动输出活齿凸轮机构的理论齿形,推导了激波盘和摆动盘封闭槽工作面方程.在此基础上,给出机构啮合副接触力的分析模型及算法,并结合具体示例分析了连续和间歇往复摆动输出活齿凸轮机构的齿形和啮合副接触力特性,对于该传动机构性能的进一步分析与结构参数设计具有实际意义.

1 齿形设计

1.1 建立传动关系

凸轮曲线是从动件按照某种运动规律输出的曲线,直接影响凸轮机构的运动和动力特性^[6-7].为了避免摆动输出活齿凸轮机构在运动过程中因速度或加速度突变引起的振动和冲击,需要根据实际工况选择与之匹配的凸轮曲线,以实现平稳、低耗的摆动输出运动.由于摆动盘和激波盘转角均为时间 t 的函数,且二者在任意 t 时刻具有确定的对应关系,以时间 t 作为中间桥梁建立激波盘、摆动盘转角之间的联系,从而建立激波盘和摆动盘之间的传动关系.设摆动盘顺时针转动称为推程,反之称为回程,定义参数:

ω_0 为激波盘角速度; φ 为摆动盘最大摆角;

ψ 为一次推程或回程激波盘转过的角度, $\psi = \pi/N$, N 为齿数;

t_0 为一次推程或回程需要的时间, $t_0 = \psi/\omega_0$;

T 为量纲一的时间, $T = t/t_0$, 且 $0 \leq T \leq 1$;

S 为量纲一的角位移, $S = S(T)$, 且 $0 \leq S \leq 1$, $S(0) = 0, S(1) = 1$;

θ 为激波盘转角, $\theta = \begin{cases} \omega_0 t & \text{推程阶段,} \\ \psi + \omega_0 t & \text{回程阶段.} \end{cases}$

α 为摆动盘摆角, $\alpha = \begin{cases} \varphi S & \text{推程阶段,} \\ \varphi(1-S) & \text{回程阶段.} \end{cases}$

1.2 连续往复摆动输出齿形方程

设激波盘理论齿形方程为

$$P = R + e \cos(N\theta),$$

式中: θ 、 P 为齿形曲线的极角和极径; N 为齿数; R 为基圆半径; e 为偏心距. 分别在活齿架、激波盘、摆动盘上建立坐标系 $o-x_1y_1z_1$ 和 $o_2-x_2y_2z_2$. 由图1中几何关系,钢球中心位于活齿架连体坐标系 ox 轴上,传动过程中钢球中心点在 $o_1-x_1y_1z_1$ 、 $o_2-x_2y_2z_2$ 坐标系下形成的轨迹分别为激波盘、摆动盘的理论齿形.

钢球与封闭槽之间为点接触,在啮合运动过程

中,钢球与封闭槽之间的接触点所连成的曲线为工作廓线,可视为理论齿形的特殊等距曲线.由理论齿形方程和包络原理可确定工作廓面方程.

① 激波盘端面封闭槽的理论齿形方程为

$$\begin{cases} x_i = P \cos(-\theta), \\ y_i = P \sin(-\theta), \\ z_i = 0. \end{cases} \quad (1)$$

② 激波盘端面封闭槽的内、外侧工作廓面方程为

$$\begin{cases} x_{im} = P \cos(-\theta) + (-1)^m \frac{y'_i}{\sqrt{x'^2_i + y'^2_i}} r \cos \beta t_i, \\ y_{im} = P \sin(-\theta) + (-1)^{m+1} \frac{x'_i}{\sqrt{x'^2_i + y'^2_i}} r \cos \beta t_i, \\ z_{im} = r \cos \beta \cot \beta(t_i - 1). \end{cases} \quad (2)$$

式中: r 为钢球半径; β 为槽形半角; $m=1$ 时,为端面封闭槽内侧工作廓面方程; $m=2$ 时,为端面封闭槽外侧工作廓面方程; x'_i, y'_i 分别为激波盘理论齿形方程横、纵坐标对时间 t 的导数,有:

$$\begin{cases} x'_i = Q_1 \cos(-\theta) + P \omega_o \sin(-\theta), \\ y'_i = Q_1 \sin(-\theta) - P \omega_o \cos(-\theta). \end{cases}$$

式中: t_i 为激波盘内、外侧工作齿形的直母线上任意点到顶点 B_1 的距离与线段 M_1B_1, M_2B_1 长度的比值; t_o 为摆动盘内、外侧工作齿形的直母线上任意点到顶点 B_2 的距离与线段 N_1B_2, N_2B_2 长度的比值.

③ 摆动盘端面封闭槽的理论齿形方程为

$$\begin{cases} x_o = P \cos \alpha, \\ y_o = P \sin \alpha, \\ z_o = 0. \end{cases} \quad (3)$$

④ 摆动盘端面封闭槽的内、外侧工作廓面方程为

$$\begin{cases} x_{om} = P \cos \alpha + (-1)^m \frac{y'_o}{\sqrt{x'^2_o + y'^2_o}} r \cos \beta t_o, \\ y_{om} = P \sin \alpha + (-1)^{m+1} \frac{x'_o}{\sqrt{x'^2_o + y'^2_o}} r \cos \beta t_o, \\ z_{om} = r \cos \beta \cot \beta(t_o - 1). \end{cases} \quad (4)$$

式中: x'_o, y'_o 分别为摆动盘理论齿形方程横、纵坐标对时间 t 的导数,若 K 为摆动盘摆角 α 对时间 t 的导数,有

$$\begin{cases} x'_o = Q_1 \cos \alpha - PK \sin \alpha, \\ y'_o = Q_1 \sin \alpha + PK \cos \alpha, \\ Q_1 = -N e \sin(N\theta) \omega_o. \end{cases}$$

1.3 间歇往复摆动输出齿形方程

为了满足不同输出工况的要求,可以在连续往复摆动输出活齿凸轮机构的基础上,通过改变激波盘端面封闭槽齿廓,实现间歇往复摆动输出运动.间歇往复摆动输出活齿凸轮机构按照停歇位置不同可分为近端休止和远端休止.摆动盘端面封闭槽齿廓曲线与连续往复摆动输出机构中摆动盘输出曲线相同,可按简谐曲线、修正梯形曲线、摆线曲线等多种既定的规律输出 180° 以内任意角度的往复摆动运动.

激波盘端面封闭槽齿廓曲线由工作段和停歇段两部分组成,工作段为余弦曲线,停歇段为圆曲线.设工作段激波盘端面封闭槽齿廓方程由余弦曲线 $P=R+e \cos(N\theta)$ 及其内、外等距线确定,停歇段激波盘端面封闭槽齿廓方程由半径为 $R-e$ 或 $R+e$ 的圆弧及其内、外等距线确定.根据坐标变换,当激波盘工作段齿形曲线为偶数齿时(即 N 为偶数),远、近端休止往复摆动输出活齿凸轮机构中激波盘的理论齿形方程由分段函数表示为

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x_{i1} = P \cos \theta, \\ y_{i1} = P \sin \theta \end{cases}, \theta \in (0, \pi/N) \cup (\pi, \pi + \pi/N). \\ & \begin{cases} x_{i2} = (R-e) \cos \theta, \\ y_{i2} = (R-e) \sin \theta. \end{cases} \\ & \theta \in (\pi/N, \pi - 2\pi/N) \cup (\pi + \pi/N, 2\pi - 2\pi/N). \\ & \begin{cases} x_{i3} = Q_2 \cos \theta, \\ y_{i3} = Q_2 \sin \theta. \end{cases} \\ & \theta \in \left(\pi - \frac{2\pi}{N}, \pi - \frac{\pi}{N}\right) \cup \left(2\pi - \frac{2\pi}{N}, 2\pi - \frac{\pi}{N}\right). \\ & \begin{cases} x_{i4} = (R+e) \cos \theta, \\ y_{i4} = (R+e) \sin \theta. \end{cases} \\ & \theta \in \left(\pi - \frac{\pi}{N}, \pi\right) \cup \left(2\pi - \frac{\pi}{N}, 2\pi\right). \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $Q_2=R+e \cos[N(\theta-\pi/N)]$.

当激波盘工作段齿形曲线为奇数齿时(即 N 为奇数),远、近端休止往复摆动输出活齿凸轮机构中激波盘的理论齿形方程由分段函数表示为

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x_{i1} = P \cos \theta, \\ y_{i1} = P \sin \theta. \end{cases} \\ & \theta \in (0, \pi/N) \cup (\pi - 2\pi/N, \pi - \pi/N). \\ & \begin{cases} x_{i2} = (R-e) \cos \theta, \\ y_{i2} = (R-e) \sin \theta. \end{cases} \\ & \theta \in (\pi/N, \pi - 2\pi/N) \cup (\pi + \pi/N, 2\pi - 2\pi/N). \\ & \begin{cases} x_{i3} = Q_2 \cos \theta, \\ y_{i3} = Q_2 \sin \theta. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta &\in (\pi - \pi/N, \pi) \cup (2\pi - 2\pi/N, 2\pi). \\ \begin{cases} x_{i4} = (R+e)\cos\theta, \\ y_{i4} = (R+e)\sin\theta. \end{cases} \\ \theta &\in (\pi, \pi + \pi/N) \cup (2\pi - 2\pi/N, 2\pi - \pi/N). \end{aligned} \quad (6)$$

根据理论齿形方程和包络原理得到激波盘内、外侧工作廓面方程. 当激波盘工作段齿形曲线为偶数齿时(即 N 为偶数), 远、近端休止往复摆动输出活齿凸轮机构中激波盘封闭槽内、外侧工作廓面方程由分段函数表示为

$$\begin{cases} x_{im1} = P\cos\theta + (-1)^m \frac{y'_{11}}{\sqrt{x'^2_{11} + y'^2_{11}}} r\cos\beta t_i, \\ y_{im1} = P\sin\theta + (-1)^{m+1} \frac{x'_{11}}{\sqrt{x'^2_{11} + y'^2_{11}}} r\cos\beta t_i, \\ z_{im1} = r\cos\beta\cot\beta(t_i - 1). \end{cases}$$

$$\theta \in \left(0, \frac{\pi}{N}\right) \cup \left(\pi, \pi + \frac{\pi}{N}\right).$$

$$\begin{cases} x_{im2} = (R-e)\cos\theta - r\cos\beta t_i, \\ y_{im2} = (R-e)\sin\theta - r\cos\beta t_i, \\ z_{im2} = r\cos\beta\cot\beta(t_i - 1). \end{cases}$$

$$\theta \in \left(\frac{\pi}{N}, \pi - \frac{2\pi}{N}\right) \cup \left(\pi + \frac{\pi}{N}, 2\pi - \frac{2\pi}{N}\right).$$

$$\begin{cases} x_{im3} = Q_2\cos\theta + (-1)^m \frac{y'_{33}}{\sqrt{x'^2_{33} + y'^2_{33}}} r\cos\beta t_i, \\ y_{im3} = Q_2\sin\theta + (-1)^{m+1} \frac{x'_{33}}{\sqrt{x'^2_{33} + y'^2_{33}}} r\cos\beta t_i, \\ z_{im3} = r\cos\beta\cot\beta(t_i - 1). \end{cases}$$

$$\theta \in \left(\pi - \frac{2\pi}{N}, \pi - \frac{\pi}{N}\right) \cup \left(2\pi - \frac{2\pi}{N}, 2\pi - \frac{\pi}{N}\right).$$

$$\begin{cases} x_{im4} = (R+e)\cos\theta - r\cos\beta t_i, \\ y_{im4} = (R+e)\sin\theta - r\cos\beta t_i, \\ z_{im4} = r\cos\beta\cot\beta(t_i - 1). \end{cases} \quad (7)$$

$$\theta \in \left(\pi - \frac{\pi}{N}, \pi\right) \cup \left(2\pi - \frac{\pi}{N}, 2\pi\right).$$

式中: x'_{11} 为 $P\cos\theta$ 对时间 t 的导数, $x'_{11} = A\cos\theta - B\sin\theta$; y'_{11} 为 $P\sin\theta$ 对时间 t 的导数, $y'_{11} = A\sin\theta + B\cos\theta$. $A = -N\omega_0\sin(N\theta)$; $B = P\omega_0$; x'_{33} 为 $Q_2\cos\theta$ 对时间 t 的导数, $x'_{33} = E\cos\theta - F\sin\theta$; y'_{33} 为 $Q_2\sin\theta$ 对时间 t 的导数, $y'_{33} = E\sin\theta + F\cos\theta$; $E = -N\omega_0\sin[N(\theta - \pi/N)]$; $F = Q_2\omega_0$.

当激波盘工作段齿形曲线为奇数齿时(即 N 为奇数), 远、近端休止往复摆动输出活齿凸轮机构中激波盘封闭槽内、外侧工作廓面方程由分段函数表示为

$$\begin{cases} x_{im1} = P\cos\theta + (-1)^m \frac{y'_{11}}{\sqrt{x'^2_{11} + y'^2_{11}}} r\cos\beta t_i, \\ y_{im1} = P\sin\theta + (-1)^{m+1} \frac{x'_{11}}{\sqrt{x'^2_{11} + y'^2_{11}}} r\cos\beta t_i, \\ z_{im1} = r\cos\beta\cot\beta(t_i - 1). \end{cases}$$

$$\theta \in (0, \pi/N) \cup (\pi - 2\pi/N, \pi - \pi/N).$$

$$\begin{cases} x_{im2} = (R-e)\cos\theta - r\cos\beta t_i, \\ y_{im2} = (R-e)\sin\theta - r\cos\beta t_i, \\ z_{im2} = r\cos\beta\cot\beta(t_i - 1). \end{cases}$$

$$\theta \in (\pi/N, \pi - 2\pi/N) \cup (\pi + \pi/N, 2\pi - 2\pi/N).$$

$$\begin{cases} x_{im3} = Q_2\cos\theta + (-1)^m \frac{y'_{33}}{\sqrt{x'^2_{33} + y'^2_{33}}} r\cos\beta t_i, \\ y_{im3} = Q_2\sin\theta + (-1)^{m+1} \frac{x'_{33}}{\sqrt{x'^2_{33} + y'^2_{33}}} r\cos\beta t_i, \\ z_{im3} = r\cos\beta\cot\beta(t_i - 1). \end{cases}$$

$$\theta \in (\pi - \pi/N, \pi) \cup (2\pi - \pi/N, 2\pi).$$

$$\begin{cases} x_{im4} = (R+e)\cos\theta - r\cos\beta t_i, \\ y_{im4} = (R+e)\sin\theta - r\cos\beta t_i, \\ z_{im4} = r\cos\beta\cot\beta(t_i - 1). \end{cases}$$

$$\theta \in (\pi, \pi + \pi/N) \cup (2\pi - 2\pi/N, 2\pi - \pi/N).$$

(8)

2 啮合力的计算

激波盘、摆动盘封闭槽与钢球之间的啮合副为空间曲面接触结构, 为了使啮合副接触力分析问题得到一定程度的简化, 作以下假设^[8]:

①各构件不存在加工制造误差, 装配与啮合间隙为0; ②忽略钢球惯性力以及啮合副各元素之间摩擦力的影响; ③忽略钢球与激波盘、摆动盘及活齿架啮合副之间的接触弹性小变形.

整个传动装置通过 N 个对称的“激波盘-摆动盘-钢球”组合机构同时受力且受力状态一致, 故通过对任意一个啮合副进行受力分析, 从而构造理论状态下机构啮合力的算法.

2.1 受力平衡方程

设钢球与激波盘、摆动盘及活齿架之间的接触法向力分别为 F_{mi} 、 F_{ni} 、 F_{bi} , 如图2所示, 可以将力 F_{mi} 、 F_{ni} 分解为 F_{mixy} 、 F_{niyx} 以及沿 z 轴方向的分力 F_{miz} 、 F_{niz} , 即

$$\begin{cases} F_{mixy} = F_{mi}\cos\beta, \\ F_{miz} = F_{mi}\sin\beta. \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} F_{niyx} = F_{ni}\cos\beta, \\ F_{niz} = F_{ni}\sin\beta. \end{cases} \quad (10)$$

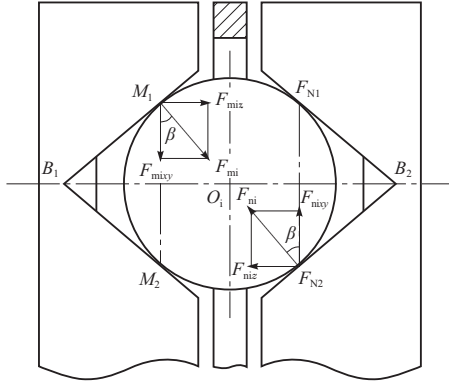


图 2 啮合副受力径向剖视图

Fig. 2 Radial sectional view of the meshing force

在 $o-xyz$ 坐标系中钢球的受力平衡关系如图 3 所示. 点 M_1 、 N_2 分别为钢球与激波盘外侧啮合线及摆动盘内侧啮合线的接触点, O_i 为钢球中心点. 根据图 3 和图 4, 由受力平衡方程可以得到

$$\begin{cases} F_{mixy} \cos(\theta_i + \gamma_i) + F_{bi} \sin \theta_i = F_{nixy} \cos \zeta_i, \\ F_{bi} \cos \theta_i + F_{nixy} \sin \zeta_i = F_{mixy} \sin(\theta_i + \gamma_i), \\ F_{niz} = F_{miz}. \end{cases} \quad (11)$$

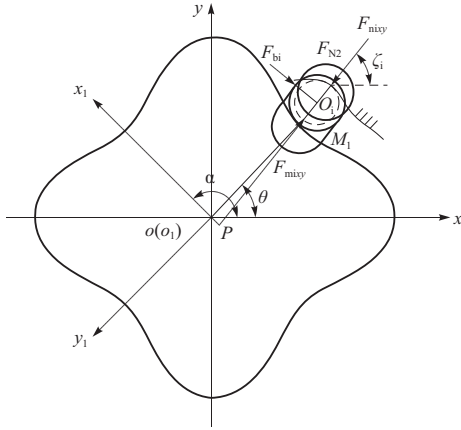


图 3 钢球受力平衡关系

Fig. 3 The force balance of steel ball

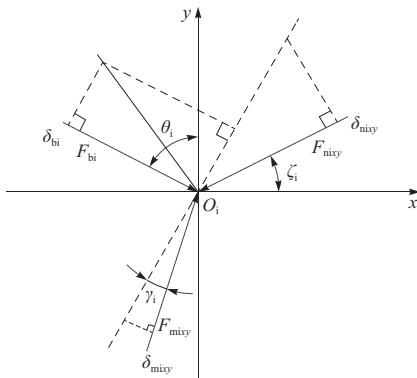


图 4 钢球受力图

Fig. 4 Force analysis of steel ball

又由图 4 所示角度关系, 根据正弦定理有

$$\frac{F_{mixy}}{\sin(\pi/2 + \zeta_i - \theta_i)} = \frac{F_{bi}}{\sin(\theta_i + \gamma_i - \zeta_i)} = \frac{F_{nixy}}{\sin(\pi/2 - \gamma_i)}, \quad (12)$$

式中: θ_i 为激波盘转角; γ_i 为 OO_i 与 O_iM_1 的夹角; 如图 3 中所示, 根据余弦定理有

$$\gamma_i = \arccos [\rho_1^2 + r^2 \cos^2 \beta - \rho_2^2] / 2\rho_1 r \cos \beta, \quad (13)$$

式中 ρ_1 、 ρ_2 分别为 OO_i 、 O_iM_1 的长度, 并有

$$\rho_1 = |\overline{OO_i}| = R + e \cos(N\theta), \quad (14)$$

$$\rho_2 = |\overline{O_iM_1}| = \sqrt{x_{i2}^2 + y_{i2}^2}. \quad (15)$$

其中 x_{i2} 、 y_{i2} 见式(2).

ζ_i 为图 3 中钢球与摆动盘内侧啮合线接触点 N_2 法线方向与 x 轴正方向的夹角, 则有

$$\zeta_i = \arctan(-dx_{o1}/dy_{o1}), \quad (16)$$

其中 x_{o1} 、 y_{o1} 见式(4).

2.2 力矩平衡方程

设作用在摆动盘上的负载扭矩为 M_o , 如图 4 所示, 根据力矩平衡方程, 则有

$$M_o = NF_{nixy}\rho_1 \sin(\theta_i - \zeta_i). \quad (17)$$

2.3 接触变形方程

由于钢球与激波盘、摆动盘以及活齿架封闭槽之间均为点-面赫兹接触理论, 如图 5 所示. 圆形接触区域的半径为 a_0 , 其计算公式为

$$a_0 = \sqrt[3]{\frac{3F}{4} \times \left[\lambda \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right) \right]}, \quad (18)$$

式中: F 为各接触啮合力; μ_1 、 μ_2 为两接触构件材料的泊松比; E_1 、 E_2 为两接触构件材料的弹性模量; λ 为综合曲率半径, 且有

$$1/\lambda = 1/\lambda_1 \pm 1/\lambda_2. \quad (19)$$

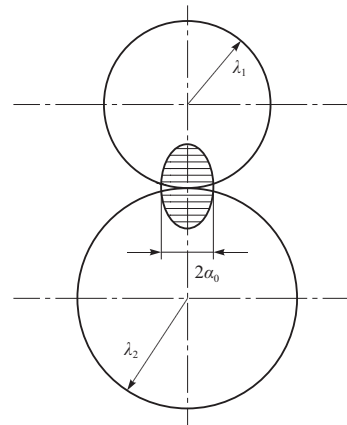


图 5 赫兹接触变形

Fig. 5 Hertz contact distortion

式中: λ_1 、 λ_2 为两接触构件在接触点处的曲率半径, 两构件齿形为“凸-凸”接触啮合时取“+”, “凸-凹”接触啮合时取“-”。

啮合点处的接触法向变形计算公式为

$$\delta = (\lambda_2 \pm \lambda_1) - (\sqrt{\lambda_2^2 - a_0^2} \pm \sqrt{\lambda_1^2 - a_0^2}). \quad (20)$$

式(20)中, “±”号的选取与式(19)相同。因为钢球与活齿架封闭槽的接触啮合为“平-凸”接触, 活齿架在接触点处的曲率半径为无穷大, 故钢球与活齿架之间的接触法向变形计算公式可简化为

$$\delta = \lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 - a_0^2}. \quad (21)$$

2.4 算法

啮合副的受力分析模型由式(9)~(21)构成, 由该模型进行啮合副受力与接触变形计算的具体步骤如下。

① 根据齿形啮合原理确定角度 θ_i 、 ζ_i 、 γ_i 及各接触点处的曲率半径等基本参数。

② 已知摆动盘负载扭矩 M_0 , 由式(17)得到力

F_{niry} 的值。

③ 将 F_{niry} 代入式(11)(12)得到力 F_{miry} 、 F_{bi} 的值。

④ F_{miry} 、 F_{niry} 代入式(9)(10)得到力 F_{mi} 、 F_{ni} 的值。

⑤ 先将 F_{miry} 、 F_{niry} 及 F_{bi} 代入式(18), 再将式(18)(19)代入式(20)(21)得到各接触变形 δ_{miry} 、 δ_{niry} 和 δ_{bi} 的值。

3 分析示例

3.1 齿形啮合线

设激波盘端面封闭槽理论齿形的基圆半径 $R=100$ mm, 偏心距 $e=20$ mm, 槽形半角 $\beta=45^\circ$, 钢球半径 $r=10$ mm, 摆动输出曲线为简谐曲线, 摆动盘最大摆角 60° 。

编程绘制出由3个钢球和4个钢球传动, 连续往复摆动输出机构啮合位形的轴向视图如图6和图7所示。远、近端休止往复摆动输出机构中, 摆动盘摆动一次, 对应激波盘转角 θ 分别取 π/N , $N=4, 5, 6, 7$ 时, 机构啮合位形的轴向视图如图8所示。

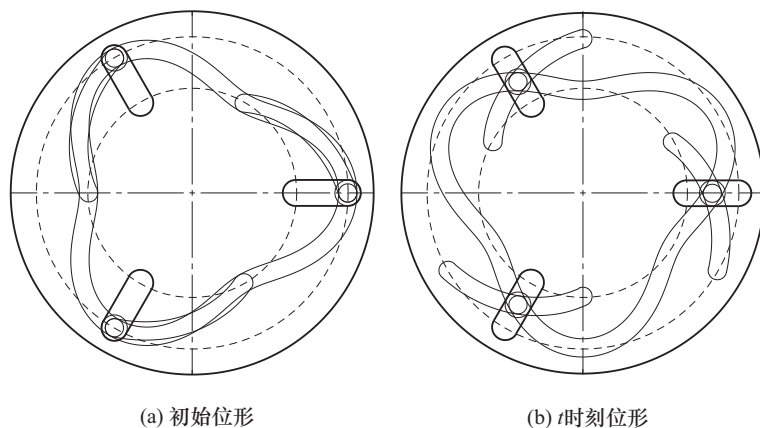


图6 三钢球连续传动啮合位形的轴向视图

Fig. 6 Axial view of the continuous transmission mesh configuration through three steel ball

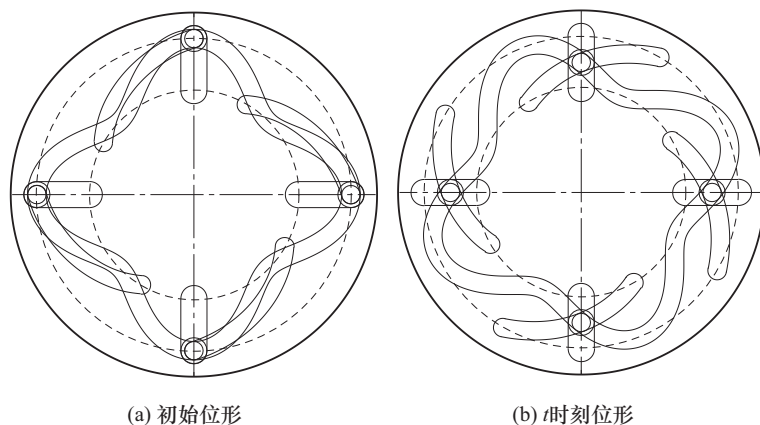


图7 四钢球连续传动啮合位形的轴向视图

Fig. 7 Axial view of the continuous transmission mesh configuration through four steel ball

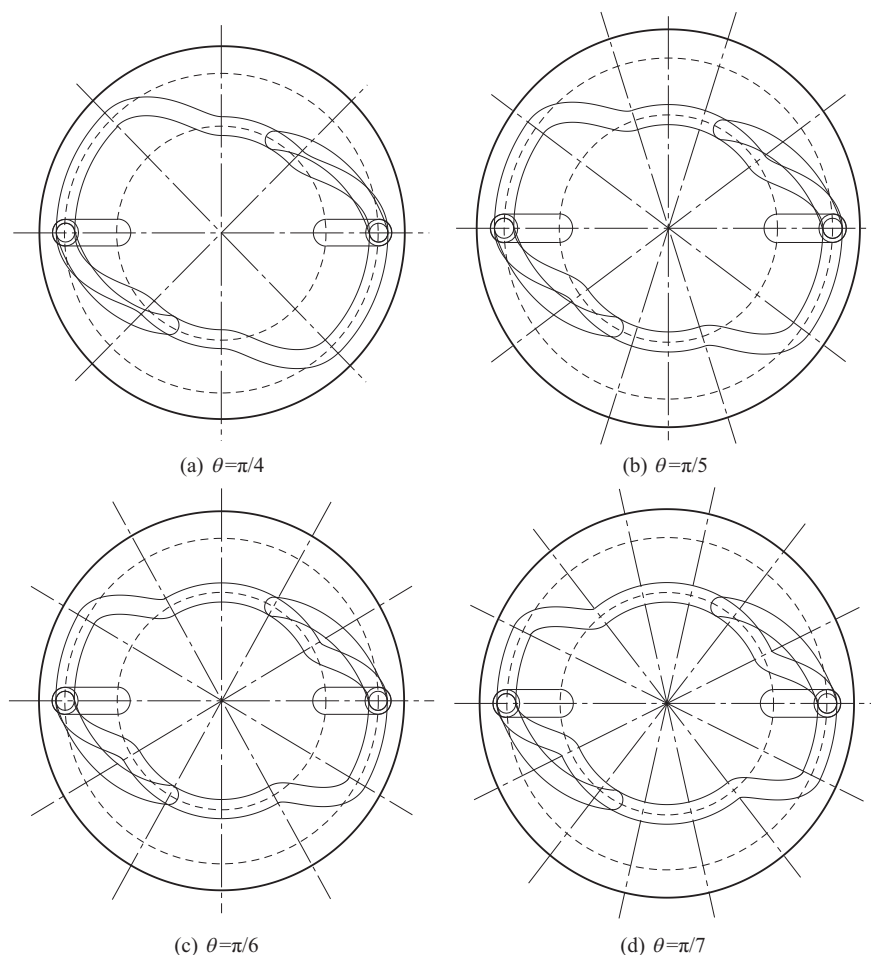


图 8 远、近端休止啮合位形的轴向视图

Fig. 8 Axial view of the near and far end resting mesh configuration

由图 6~图 7 可以看出,由 3 个钢球和 4 个钢球传动的连续往复摆动输出活齿凸轮机构中,激波盘、摆动盘、活齿架与钢球啮合的工作齿廓线之间不存在干涉现象. 由图 8 可以看出,通过两个钢球传动的间歇往复摆动输出活齿凸轮机构中远、近端休止角度的和是 $2\pi/N$ 的整数倍.

3.2 啮合力分析

设激波盘端面封闭槽理论齿形设摆动盘受负载扭矩 $M_o = 80 \text{ N} \cdot \text{m}$. 根据啮合副受力分析的模型及算法,分别计算由 3 个钢球传动和 4 个钢球传动,输出运动规律为简谐运动和摆线运动的机构中,钢球与激波盘、摆动盘以及活齿架啮合副的受力情况.

摆动盘摆动一个周期包括推程和回程两个阶段,推程段即摆动盘从 0° 摆到 60° ,钢球受到激波盘封闭槽外侧和摆动盘封闭槽内侧的推动作用;回程段即摆动盘从 60° 摆回到 0° ,钢球受到激波盘封闭槽内侧和摆动盘封闭槽外侧的推动作用.

钢球在激波盘和摆动盘封闭槽传动啮合的过程中,取多个啮合位置计算相应的瞬态结果,并对各啮合点的力结果进行拟合,可得钢球与激波盘、摆动盘、活齿架封闭槽内、外啮合点的啮合力随啮合位置的变化规律如图 9~图 11 所示.

由图 9~图 11 可以看出,钢球与激波盘、摆动盘、活齿架之间的啮合力曲线变化趋势大致相同,并且推程和回程曲线基本对称. 钢球与激波盘和摆动盘啮合副间的接触力明显大于钢球与活齿架啮合副间的接触力. 啮合力曲线在起始点和终止点附近变化较大,中间部分变化比较平稳. 另外,由 3 个钢球传动时,啮合副之间的啮合力明显大于由 4 个钢球传动时的啮合力. 输出运动规律为摆线运动时,钢球与激波盘、摆动盘以及活齿架封闭槽之间的最大啮合力大于输出运动规律为简谐运动时钢球与激波盘、摆动盘以及活齿架封闭槽之间的最大啮合力.

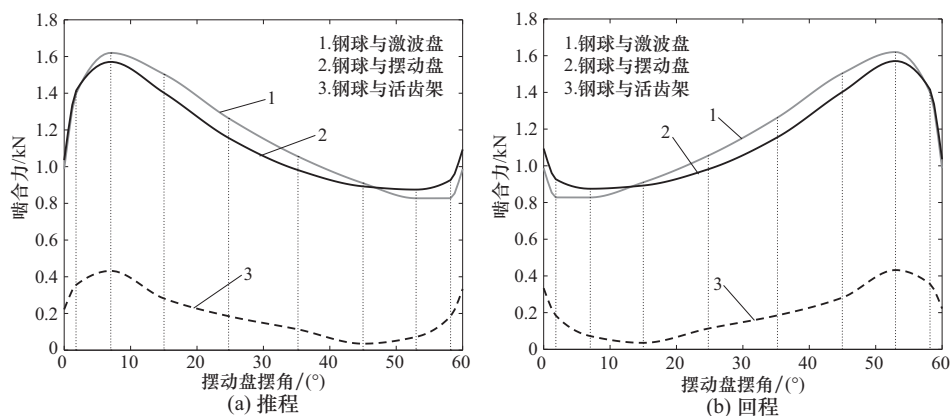


图9 3钢球简谐运动输出啮合力变化曲线

Fig. 9 Curves of engagement force transmission through three steel ball harmonic motion output

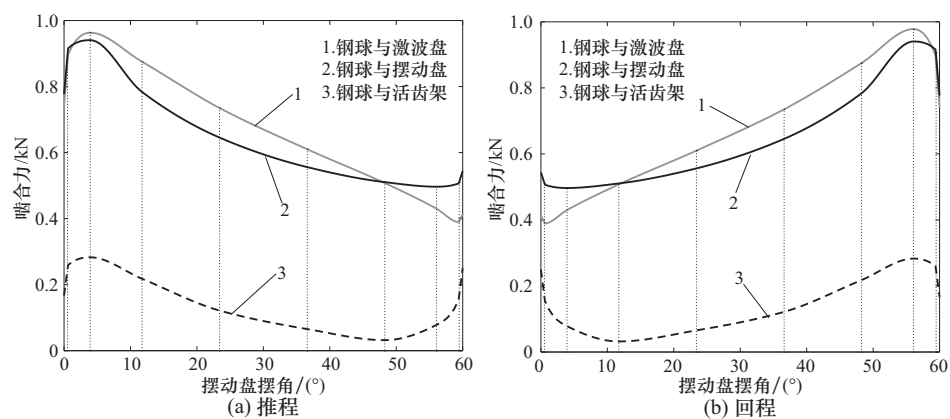


图10 4钢球简谐运动输出啮合力变化曲线

Fig. 10 Curves of engagement force transmission through four steel ball harmonic motion output

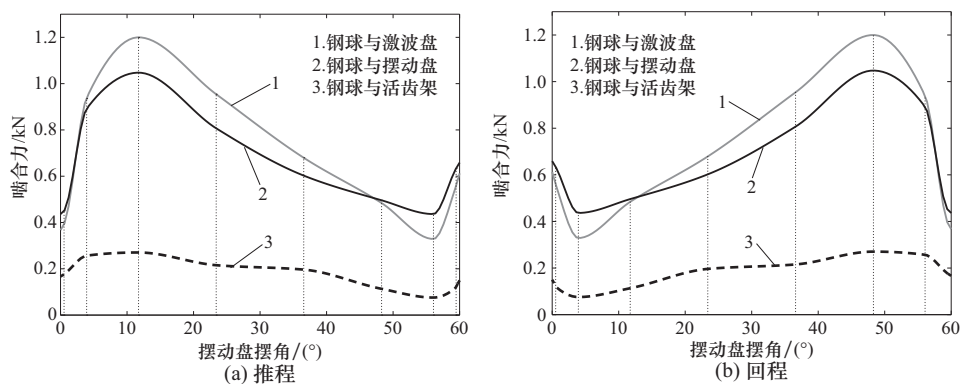


图11 4钢球摆线运动输出啮合力变化曲线

Fig. 11 Curves of engagement force transmission through four steel ball cycloid motion output

4 结论

摆动输出活齿凸轮机构综合了活齿传动和凸轮机构的优点,具有结构紧凑、承载能力强等特点,并且可以实现将连续的匀速旋转输入运动转化为多种

形式的非匀速连续或间歇往复摆动输出运动。

连续往复摆动输出活齿凸轮机构中激波盘、摆动盘、活齿架与钢球啮合的工作齿廓线之间不存在干涉现象。间歇往复摆动输出活齿凸轮机构中远、近端休止角度的和是 $2\pi/N$ 的整数倍。

在传动过程中,钢球与摆动盘和激波盘封闭槽的接触力较大,与活齿架封闭槽的接触力较小,且推程段和回程段的啮合副接触力呈大致对称性分布。

在相同结构尺度和相同的摆动输出运动与负载扭矩作用下,增加传动钢球的数目可以显著降低啮合副接触力,有利于提高活齿凸轮机构的接触特性和承载能力。

参考文献:

- [1] 张佑林,李峰,刘文波,等.活齿端面谐波齿轮的传动原理与传动比[J].武汉理工大学学报,2012,26(6):42-45.
Zhang Youlin, Li Feng, Liu Wenbo, et al. The transmission theory and speed ratio of end face harmonic gear drive of oscillating teeth[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2012, 26(6): 42-45. (in Chinese)
- [2] 宜亚丽,刘朋朋,安子军,等.任意齿差纯滚动活齿传动齿形设计方法及啮合特性研究[J].机械工程学报,2016,52(11):50-56.
Yi Yali, Liu Pengpeng, An Zijun, et al. Teeth profile design and meshing characteristics analysis of any tooth-difference pure rolling Movable tooth transmission[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(11): 50-56. (in Chinese)
- [3] 刘大伟,任廷志,金昕.减变速一体化齿轮啮合原理的研究[J].机械工程学报,2016,52(15):1-7.
Liu Dawei, Ren Tingzhi, Jin Xing. Meshing theory of speed integration gear[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(15): 1-7. (in Chinese)
- [4] Lin C, Gong H, Nie N, et al. Geometry design, three-dimensional modeling and kinematic analysis of orthogonal fluctuating gear ratio face gear drive[J]. Proceedings of Institution of Mechanical Engineers Part C Journal of Mechanical Engineering Science, 2013, 227(4): 779-793.
- [5] 安子军,杨荣刚,宜亚丽.精密钢球传动啮合法向力与弹性回差[J].机械工程学报,2016,52(9):1-7.
An Zijun, Yang Ronggang, Yi Yali. Engagement normal force and elastic backlash of precision ball transmission[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(9): 1-7. (in Chinese)
- [6] 刘昌祺,刘庆立,蔡昌蔚.自动机械凸轮机构实用设计手册[M].北京:科学出版社,2013.
Liu Changqi, Liu Qingli, Cai Changwei. Practical design manuals of cam mechanism for automatic machine[M]. Beijing: Science Press, 2013. (in Chinese)
- [7] 苏健.二齿差钢球活齿传动的分析与设计[D].北京:北京工业大学,2012.
Su Jian. Analysis and design of the two-tooth difference steel ball movable tooth transmission[D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2012. (in Chinese)

(责任编辑:孙竹凤)